

**Материалы для организации самостоятельной работы студентов 4 курса
ИСФ заочной формы обучения при изучении строительной механики**

**Модуль М-6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В
СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЯХ**

1. Методические рекомендации по изучению теоретического материала

Изучение модуля следует начинать с четкого понимания, что такое деформация конструкции и как ее принято классифицировать. При этом важно усвоить, какие бывают количественные характеристики деформации конструкции.

Затем следует разобраться с целями определения перемещений в конструкциях, связанных с ними понятиями жесткости и податливости конструкций и возможными подходами к определению перемещений.

Принципиально важным моментом является понимание связи между перемещениями и внешними силами в линейно деформируемых системах. Здесь следует усвоить суть закона Гука для конструкции, понятия коэффициенты податливости и жесткости, матрицы податливости и жесткости и взаимосвязь между ними

Затем следует разобраться с определением работы внешних сил линейно деформируемой системы и ее разновидностями, а также определением работы внутренних сил упругого тела и плоской стержневой конструкции.

После этого можно переходить к рассмотрению универсальной формулы для определения перемещений при совместном действии нагрузки, температуры и осадки опор и ее упрощениям при раздельном действии указанных внешних воздействий.

После рассмотрения универсальной формулы следует разобраться с рабочими формулами для определения перемещений от действия нагрузки, температуры и осадки опор, смыслом входящих в них величин и алгоритмами вычислений по эти формулам.

При рассмотрении алгоритмов определения перемещений по рабочим формулам следует разобраться с особенностями вычисления интегралов, входящих в эти формулы.

При изучении материала модуля рекомендуется использование следующей литературы: [1, с. 201 – 220, 226 – 237, 248 – 260]; [3, с. 214 – 234, 263 – 268]; [4, с. 203 – 224, 232 – 244]. Структура изучаемого модуля согласно [5] включает следующие учебные элементы:

1. Общие сведения о перемещениях.
2. Связь между внешними силами и перемещениями в линейно-деформируемых системах.
3. Работа внешних сил линейно-деформируемой конструкции.
4. Работа внутренних сил линейно-деформируемой конструкции.
5. Аналитическая форма определения перемещений в плоских стержневых конструкциях от произвольных внешних воздействий.
6. Матричная форма определения перемещений в плоских стержневых конструкциях от нагрузки.
7. Некоторые теоремы о перемещениях в линейно-деформируемых конструкциях.

Обязательными для изучения являются первые пять учебных элементов.

2.Методические рекомендации к решению задач

После изучения и усвоения теоретического материала модуля следует перейти к решению связанных с ним задач. Для приобретения устойчивых умений и навыков решения задач рекомендуется сначала разобраться в приводимые ниже рекомендациях и примерах решения типовых задач модуля. После этого решить самостоятельно предлагаемые задачи, а затем перейти к решению задач, имеющихся в различных учебных пособиях и задачниках по строительной механике.

Типовая задача М-6.1. *Определение перемещений в статически определенных рамах от действия нагрузки*

При определении малых упругих перемещений в стержневых конструкциях от действия нагрузки используется формула Максвелла-Мора, которая для рам имеет, как правило, вид

$$\Delta_i \approx \sum_k \int_l \frac{m_i M}{EI_z} ds.$$

Здесь m_i и M – изгибающие моменты единичного и действительного состояний рамы; EI_z – изгибная жесткость поперечного сечения рамного стержня.

При образовании вспомогательного состояния вид прикладываемой единичной силы зависит от определяемого перемещения. Если искомое перемещение простое, то прикладывается простая единичная сила, а если обобщенное, то – соответствующая этому перемещению обобщенная единичная сила. Например, при отыскании угла поворота прикладывается безразмерный единичный момент.

Если в раме изгибная жесткость поперечного сечения EI_z в пределах каждого стержня постоянна, то для вычисления интеграла в формуле Максвелла-Мора применяется правило Верещагина. Согласно этому правилу определенный интеграл от произведения двух функций, одна из которых линейная, а вторая нелинейная, равняется произведению площади графика нелинейной функции на ординату графика линейной функции, расположенную под центром тяжести площади графика нелинейной функции.

Пример 1. Для рамы, показанной на рис.1, определить вертикальное перемещение шарнира C от приложенной нагрузки. Жесткостные параметры рамы имеют значения – $E = 2 \cdot 10^5$ МПа и $I_z = 7080$ см⁴.

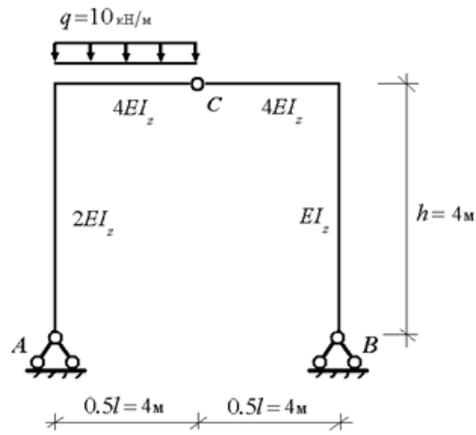


Рис.1

Определение внутренних усилий в заданной раме от действия нагрузки (действительное состояние) было рассмотрено в примере 2, приведенном в материалах к модулю М-2. Эпюра изгибающих моментов действительного состояния имеет вид, показанный на рис.2, а

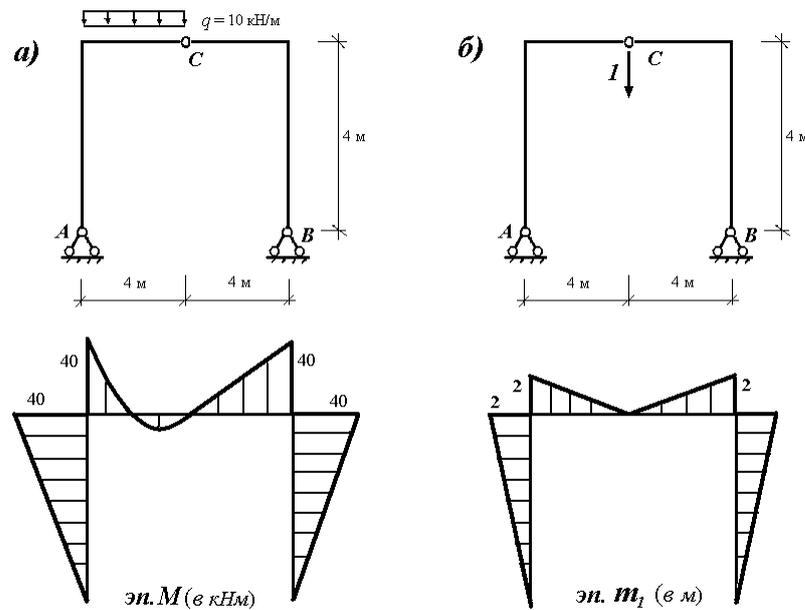


Рис.2

Вспомогательное единичное состояние, соответствующее искомому перемещению, и единичная эпюра изгибающих моментов показаны на рис.2, б.

Для определения вертикального перемещения шарнира C перемножим по правилу Верещагина эпюры изгибающих моментов действительного и вспомогательного состояний заданной рамы

$$\Delta_1 = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{1}{4EI} \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{10 \cdot 4^3}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \right) + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \right) + \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{186,7}{EI}.$$

Тогда числовое значение искомого перемещения равняется

$$\Delta_1 = \frac{186,7}{EI_z} = \frac{186,7}{2 \cdot 10^8 \cdot 7080 \cdot 10^{-8}} = 0,013 \text{ м.}$$

Типовая задача М-6.2. Определение перемещений в статически определимых рамах от действия температуры

Для определения малых упругих перемещений в рамах от действия температуры используется рабочая формула

$$\Delta_i = \sum_k \alpha \int_l (n_i \Delta t_o + m_i \Delta t') ds,$$

где n_i , m_i – внутренние усилия единичного состояния рамы; Δt_o , $\Delta t'$ – приращение температуры на оси и удельный температурный перепад, характеризующие действительное состояние рамы.

Эпюра $\Delta t'$ строится на каждом стержне рамы со стороны его более нагретого волокна, и знаки на эпюре не ставятся. На эпюре Δt_o ставятся знаки, и она может строиться на каждом стержне со стороны любого волокна.

При вычислении температурных перемещений для вычисления интегралов $\int_l n_i \Delta t_o ds$ и $\int_l m_i \Delta t' ds$, входящих в рабочую формулу, применяется правило Верещагина.

Пример 2. Для рамы, показанной на рис.3, определить вертикальное перемещение шарнира C от температурного воздействия со следующими параметрами: $t_n = -10^\circ C$, $t_g = +17^\circ C$, $t_3 = 0^\circ C$. Коэффициент линейного расширения мате-

риала рамы $\alpha = 1,18 \cdot 10^{-5}$. Поперечное сечение всех элементов рамы – двутавр № 30.

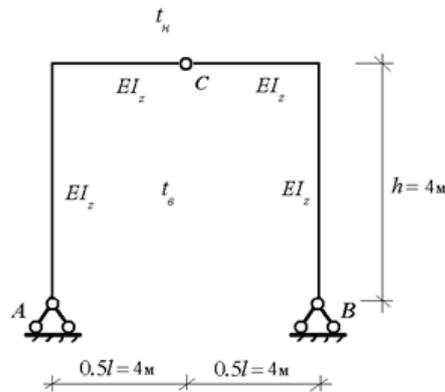


Рис. 11.1

Рис.3

Поскольку параметры температурного воздействия для всех элементов рамы одинаковы, то приращения температур для них принимают следующие значения

$$\Delta t_n = t_n - t_3 = -10^\circ \text{C},$$

$$\Delta t_o = t_o - t_3 = +17^\circ \text{C}.$$

Тогда, с учетом равенства высот поперечных сечений и их симметрии, удельный температурный перепад $\Delta t'$ и приращение температуры на оси Δt_o для всех рамных элементов принимают следующие значения

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_o - \Delta t_n}{h} = \frac{17 - (-10)}{0,3} = 90^\circ \text{C/м},$$

$$\Delta t_o = \frac{\Delta t_o + \Delta t_n}{2} = \frac{17 + (-10)}{2} = 3,5^\circ \text{C}.$$

Эпюры $\Delta t'$ и Δt_o , характеризующие действительное состояние рамы при температурном воздействии, показаны на рис.4, а. Вспомогательное состояние характеризуется единичными эпюрами m_1 и n_1 (рис.4, б).

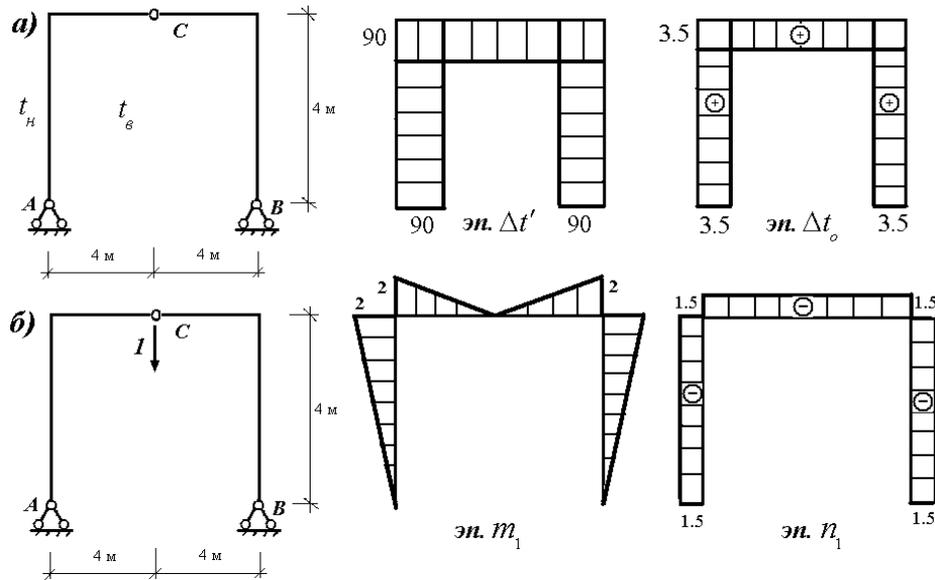


Рис.4

Для определения искомого перемещения перемножим по правилу Верещагина эпюру $\Delta t'$ с эпюрой m_1 и эпюру Δt_o с эпюрой n_1

$$\Delta_1 = \alpha \left(-\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 90 \cdot 4 - 3,5 \cdot 4 \cdot 1,5 \cdot 4 \right) = -\alpha \cdot 1,524 \cdot 10^3.$$

Тогда числовое значение искомого перемещения равняется

$$\Delta_1 = \alpha \cdot 1,524 \cdot 10^3 = -1,18 \cdot 10^{-5} \cdot 1,524 \cdot 10^3 = -0,018 \text{ м.}$$

Типовая задача М-6.3. Определение перемещений в статически определимых рамах от действия осадки опор

Для определения малых упругих перемещений в рамах от действия осадки опор используется рабочая формула

$$\Delta_i = -\sum_j r_{ji} c_j,$$

где c_j – смещения опор; r_{ji} – единичные опорные реакции. Заданные смещения опор считаются положительными, если по направлению они совпадают с соответствующими единичными опорными реакциями.

Пример 3. Для рамы, показанной на рис.5, определить вертикальное перемещение шарнира C от горизонтального смещения опоры A влево на величину 15 см.

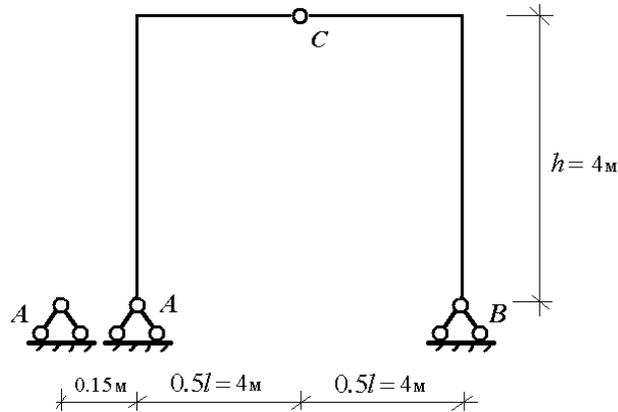


Рис.5

Действительное состояние рамы (рис.6, *a*)

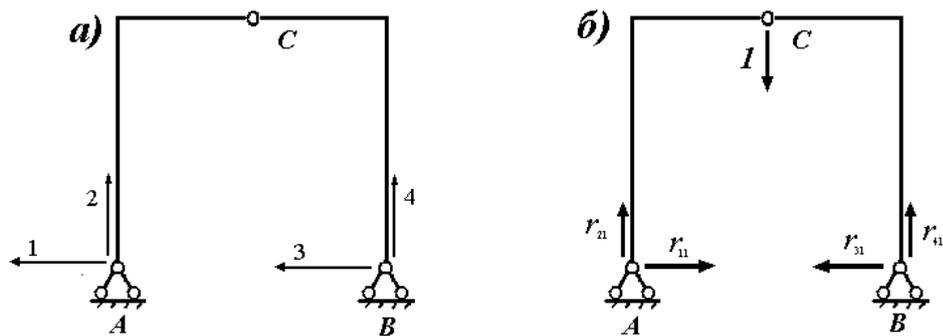


Рис.6

где смещения опор могут происходить по четырем направлениям, характеризуется следующими значениями

$$c_1 = 15 \text{ см}, \quad c_2 = 0, \quad c_3 = 0, \quad c_4 = 0.$$

Вспомогательное состояние рамы (рис. 11.4, *б*) характеризуется единичными опорными реакциями

$$r_{11} = -0,5, \quad r_{21} = 0,5, \quad r_{31} = 0,5, \quad r_{41} = 0,5.$$

Тогда числовое значение искомого перемещения равняется

$$\Delta_1 = -\sum_{j=1}^4 r_{j1} c_j = -(-0,5) \cdot 0,15 = 0,075 \text{ м}$$

3.Материалы для самоконтроля

Проверьте, как Вы знаете следующие понятия, определения, формулировки и формулы, связанные с вопросами к тестам 1-го уровня:

- деформация конструкции;
- количественные характеристики деформированного состояния конструкции;
- цели определения перемещений;
- жесткость конструкции;
- податливость конструкции;
- два подхода к определению перемещений;
- формы определения малых перемещений;
- собственное перемещение;
- побочное перемещение;
- единичное перемещение;
- обобщенный закон Гука для конструкций;
- коэффициент податливости;
- коэффициент жесткости;
- матрица податливости;
- матрица жесткости;
- действительная работа;
- возможная работа;
- формула Максвелла-Мора;
- формула для определения малых перемещений от температуры;
- формула для определения малых перемещений от осадки опор;
- правило Верещагина;
- границы применения правила Верещагина.

Проверьте, как Вы умеете для статически определимых стержневых конструкций (типовые задачи, связанные с тестами 2-го уровня):

- малые перемещения от нагрузки;
- малые перемещения от температуры;

– малые перемещения от осадки опор.

4.Рекомендуемая литература

1. Смирнов А.Ф., Александров А.В., Лащеников Б.Я., Шапошников Н.Н. Строительная механика. Стержневые системы. М., Стройиздат, 1981.

2. Бычков Д.В., Клейн Г.К., Габбасов Р.Ф. Руководство к практическим занятиям по строительной механике. М., «Высшая школа», 1980.

3. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. М., «Высшая школа», 1986.

4. Рабинович И.М. Основы строительной механики стержневых систем. М., Стройиздат, 1960.

5. Турищев Л.С. Строительная механика. УМК ч.1. Статически определимые системы. Новополоцк, 2008

Материалы составлены доцентом кафедры механики Турищевым Л.С.

28.04.2014