УДК 66.013.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ПРИ РАБОТЕ ПНЕВМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

д-р техн. наук, проф. В.П. ИВАНОВ; В.А. ДРОНЧЕНКО
(Полоцкий государственный университет)

Исследуется процесс приготовления водной эмульсии с заранее заданными свойствами на основе отработавших нефтесодержащих продуктов и растворов технических моющих средств с помощью ударных волн, возникающих при работе пневматического излучателя. Рассмотрена общая постановка задачи о развитии сферической ударной волны в ограниченном пространстве. Представлена математическая модель точечного взрыва в емкости для приготовления эмульсии ударно-волновым способом. Проанализированы методы расчета параметров ударной волны.

Введение. В Полоцком государственном университете проводятся исследования с целью разработки технологии приготовления мелкодисперсной эмульсии с высокой стабильностью из отработавших нефтесодержащих веществ и растворов технических моющих средств. Полученная эмульсия заменяет товарный эмульсол для смазки форм при производстве железобетонных изделий [1–3]. Во время приготовления эмульсии поверхности раздела двух несмешивающихся жидкостей разрушаются под воздействием ударных волн, возникающих при работе пневматического излучателя. Использование этой технологии позволит решить проблему охраны труда и здоровья работников предприятий от вредного воздействия токсичных и пожароопасных материалов.

При больших объемах производства эмульсии при помощи пневматического излучателя целесообразно изготавливать специальные установки для производства. При мелкотоварном производстве можно использовать различные, подходящие по размеру и конструктивным особенностям свободные емкости (например, резервуары для хранения сыпучих веществ или ванны моечных машин) после тщательной очистки загрязненных поверхностей. Срабатывание пневмокамеры пневматического излучателя оказывает вибрационное воздействие на раствор, а также вызывает пульсации газовой полости, образующейся в жидкости.

Дальнейшее развитие технологий, связанных с использованием пневматического излучателя, требует теоретического исследования процесса развития ударной волны, возникающей при работе этого излучателя. Цель данной работы – разработать математическую модель процесса развития ударной волны, возникающей при работе пневматического излучателя в емкости.

Общая постановка задачи и методы решения. Представим выхлоп сжатого воздуха из камеры пневматического излучателя как точечный взрыв и будем исследовать задачу об этом взрыве в емкости. Основу математической модели составляет задача о точечном взрыве в безграничном пространстве [4–9].

Рассматривается нестационарное движение идеального газа, вызванное расширением объема V_0 газа, первоначально сжатого до давления p_0, в емкости с жесткими стенками. В этом случае в газе, занимающем объем емкости, сразу сформируется ударная волна с параметрами: R_1 – текущая координата фронта ударной волны; p_1 – давление во фронте ударной волны; v_1 – скорость фронта ударной волны.

Ставится задача – исследовать развитие сферической ударной волны в ограниченном пространстве. Задача одномерная и неавтомодельная. Неавтомодельным параметром является в этом случае противодавление p_a. Пренебречь противодавлением p_a в данной задаче не представляется возможным ввиду малого значения величины энергии E_0, и как следствие, $p_1/p_a \to 1$. Задача о точечном взрыве с противодавлением до настоящего времени не имела точного аналитического решения, а решалась численно с применением методов конечных разностей. Применение данных методов, как выяснилось, является неоправданно громоздким и трудоемким. Поэтому нами предлагается использовать новый метод решения задачи, отличающийся простотой и точностью, достаточной для инженерных расчетов. Путем ряда преобразований задача приводится к виду, пригодному для решения с использованием метода Рунге – Кутта второго порядка.

При исследовании следует учитывать, что при распространении ударной волны в емкости в движение будут вовлекаться все новые области, занятые газом, пока ударная волна не будет взаимодействовать с какой-либо стенкой. У стенки емкости генерируется своя ударная волна, для определения которой необходимо знать параметры отраженной от стенки ударной волны p_1^*.

Основная часть. Существенное упрощение поставленной задачи возможно при определенных соотношениях геометрических параметров емкости [6–9]:

- емкость открыта с торца, поэтому целесообразно пренебречь эффектами вторичных отражений ударных волн, а учитывать только первое отражение волны;

- мелкая емкость – можно считать, что пневматический излучатель установлен на дне емкости, а взрыв происходит на поверхности полупространства;

- цилиндрическая емкость, диаметр которой значительно меньше ее длины, – при установке пневматического излучателя у одного из торцов емкости в ней будет распространяться плоская ударная волна. В этом случае задача автоматически сводится к задаче о «плоском поршне», причем сразу можно предположить, что расположение пневматического излучателя у одного из торцов является оптимальным;

- если все значения габаритных размеров емкости приблизительно одинаковые – при решении будем считать, что ударная волна достигает всех точек внутренней поверхности емкости почти одновременно, поэтому можно рассматривать только первую фазу взаимодействия ударной волны со стенкой, так как в этот момент давление и скорость газа в ударной волне будут наибольшими. Можно предположить, что фронт ударной волны будет перпендикулярен к поверхности стенки во всех точках емкости.

Анализ задачи показал, что ее можно разделить на три части: 1) определение параметров газа во фронте ударной волны, распространяющейся в емкости; 2) взаимодействие ударной волны со стенкой емкости, определение параметров отраженной ударной волны; 3) определение параметров ударных волн, генерируемых в стенке емкости или нестационарных движений стенок емкости как упругой оболочки.

Рассмотрим задачу о взрыве заряда в идеальном газе и определим начальные и граничные условия. Под зарядом понимается объем V_0 первоначально сжатого газа с давлением p_0. Газ первоначально занимает сферический объем радиусом R_0, а затем расширяется по закону:

$$pV^{\gamma} = const,$$

где γ – показатель адиабаты газа.

Предельный объем, занятый этим газом, будет V_a, а его давление при этом упадет до атмосферного p_a. В этом случае получаем

$$p_a V_a^{\gamma} = p_0 V_0^{\gamma}$$

или при сферическом взрыве

$$\frac{R_a}{R_0} = \left[\left(\frac{p_0}{p_a}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right]^{\frac{1}{3}},$$

где R_a – радиус предельного объема, занятого газом.

При работе пневматического излучателя максимальный объем газа будет в 3…4 раза больше первоначального. Так как значение величины R_a значительно меньше значений габаритных размеров емкости, то можно пренебречь эффектом подпора от расширяющего газа и рассматривать задачу как точечный взрыв, но при этом следует определить начальные параметры ударной волны не при координате фронта ударной волны $R_1 = 0$, а при $R_1 = R_0$, так как в теории точечного взрыва при $R_1 \to 0$ параметры ударной волны следующие: давления p_1 и скорости фронта $\nu \to \infty$. Таким образом, при времени $t = 0$ $R_1 = R_0$, $p_1 = p_0$, $E_0 = p_0 V_0$.

Граничные условия во фронте ударной волны следующие:

$$\rho_1 = \frac{\gamma+1}{\gamma-1+2k}\rho_a,$$

$$p_1 = \frac{2\gamma-(\gamma-1)}{(\gamma+1)k}\, p_a,$$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{R_1} = \frac{2}{(\gamma+2)(1-k)R_1},$$

где ρ_1 и $\left(\frac{dr}{dt}\right)_{R_1}$ – плотность и скорость газа за фронтом ударной волны; $k = \frac{a}{\nu^{\frac{2}{1}}}$, $a = \left[\frac{\gamma p_1}{\rho_0}\right]^{\frac{1}{2}}$ – скорость звука в невозмущенном газе.

Исходя из вышеизложенного можно определить начальную скорость движения фронта ударной волны ν_{1_0}

$$\nu_{1_0} = a\left[\frac{p_1}{p_0}\cdot\frac{\gamma+1}{2\gamma-(\gamma-1)}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

После определения начальных и граничных условий исследуем распространение сферической ударной волны в открытой емкости. Необходимо знать параметры ударной волны, распространяющейся в емкости (это давление во фронте ударной волны p_1, плотность ρ_1, зависимость данных параметров от текущей координаты фронта ударной волны R_1). Эти параметры можно найти из решения задачи о точечном взрыве энергией E_0 в идеальном газе с начальным давлением p_a и плотностью ρ_a [3–5].

Рассмотрим дифференциальные уравнения движения и неразрывности, описывающие одномерное движение идеального газа при сферическом взрыве в лагранжевой системе координат [2; 3]:

$$\begin{cases} \dfrac{\rho_a}{\rho} = \dfrac{r_2}{\xi} = \dfrac{dr^2}{d\xi}; \\ \dfrac{dp}{d\xi} = \pm\dfrac{\rho_a\xi^2}{r^2}\left(\dfrac{d^2r}{dt^2}\right); \\ \dfrac{dS}{dt} = 0, \end{cases}$$

где r – эйлерова координата выделенной частицы среды, показывающая текущее положение частицы относительно центра симметрии; ξ – лагранжева координата частицы среды, представляющая собой начальное положение частицы газа относительно центра симметрии; S – энтропия частицы среды; $r = \xi + u$; u – перемещение частицы за время t.

При $\xi = 0$ и $r = 0$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{\xi=0} = \frac{2}{\gamma 1}(1-k)R_{1_0},$$

где $\dfrac{dr}{dt}$ – массовая скорость газа за фронтом ударной волны.

Из определения лагранжевой и эйлеровой координат частицы среды следует, что данные координаты будут равны на фронте ударной волны $\xi = r = R_1$.

Добавим интегральное уравнение сохранения энергии [4; 5]:

$$\int_0^{R_1}\varepsilon\rho^2 r^2 dr + \frac{1}{2}\int_0^{R_1}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\rho r^2 dr = \frac{E_0}{4\pi},$$

где ε – удельная энергия газа единицы объема, $\varepsilon = \dfrac{1}{\gamma-1}\cdot\dfrac{p-p_0}{\rho}$.

С учетом последнего получим

$$\int_0^{R_1}\frac{p+p_0}{\gamma-1}r^2 dr + \frac{1}{2}\int_0^{R_1}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\rho r^2 dr = \frac{E_0}{4\pi}.$$

Таким образом, имеются все уравнения и условия для того, чтобы решить задачу. Нами специально разработан метод, заключающийся в следующем. Предположим, что известна функция, связывающая какую-нибудь зависимую переменную с независимой переменной. Тогда можно перейти от частных к простым производным и проинтегрировать их. Пусть известна зависимость, связывающая эйлерову координату r в уравнениях с лагранжевой координатой ξ:

$$r = f(\xi).$$

Рассмотрим функцию $\frac{r}{R_1} = f_1\left(\frac{\xi}{R_1}\right)$.

Известно, что $r = \xi + u$, а перемещение u зависит от интенсивности ударной волны и по мере ее затухания стремится к нулю. Тогда в пределе, когда скорость фронта ударной волны $\dot{R}_1$ стремится к скорости звука a в среде, перемещение u стремится к нулю, эйлерова координата r стремится к лагранжевой ξ, а график функции r/R вырождается в прямую линию.

Таким образом, нам необходимо подобрать функцию, аппроксимирующую реальную зависимость $\frac{r}{R_1} = f_1\left(\frac{\xi}{R_1}\right)$ с наименьшей погрешностью ξ.

Предположим, что имеется зависимость $\frac{r}{R_1} = f_2\left(\frac{\xi}{R_1}\right)$, аппроксимирующая реальную зависимость $\frac{r}{R_1} = f_1\left(\frac{\xi}{R_1}\right)$. Причем значения функций f_1 и f_2, а также значения их первых производных $\frac{df_1}{d\xi}$ и $\frac{df_2}{d\xi}$ равны в точках графика функции r/R_1, выраженного прямой линией. Тогда $|f_1| - f_2 \le \varepsilon$, где ε – малая первого порядка.

Если воспользоваться интегральным соотношением, в которое входит функция $r(\xi)$, можно записать

$$\left|\int_0^{R_1} \varphi(f_1)d\xi - \int_0^{R_1} \varphi(f_2)d\xi\right| \le \varepsilon^2,$$

где ε^2 – малая второго порядка.

Используя это свойство аппроксимирующей функции, подберем функцию f_2 в виде

$$\frac{r}{R_1} = \varphi_1(t) + \varphi_2(t)\left(\frac{\xi}{R_1}\right)^{\varphi_3(t)},$$

где $\varphi_i(t)$ – произвольная функция времени; i – номер функции.

По условию симметрии:

$$\begin{cases} r = \xi = R_1, \\ r = \xi = 0; \end{cases}$$

$$\varphi_1(t) = 0;$$

$$\varphi_2(t) = 1.$$

Таким образом, искомая аппроксимирующая функция

$$r = R_1 \frac{\xi}{R_1}^{\varphi_3(t)}.$$

Найдем функцию $\varphi_3(t)$. Продифференцируем по времени и получим

$$\left(\frac{dr}{dt}\right) = \nu_1\left(\frac{\xi}{R_1}\right)^{\varphi_3(t)}\left[R_1\frac{\frac{d\varphi_3(t)}{dR_1}}{R_1} + 1 - \varphi_3(t)\frac{\xi}{R_1}\right].$$

Сопоставим полученное уравнение с граничными условиями для массовой скорости за фронтом ударной волны

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{R_1} = \frac{2}{(\gamma+1)(1-k)\nu_1}.$$

Получим

$$\varphi_3(t) = \frac{\gamma - 1 + 2k}{\gamma + 1}.$$

Таким образом, аппроксимирующая функция имеет вид:

$$r = R_1 \left(\frac{\xi}{R_1} \right)^{\frac{\gamma - 1 + 2k}{\gamma + 1}}.$$

Подставим функцию в интегральное соотношение энергии, но для этого преобразуем его с учетом уравнения неразрывности к следующему виду

$$\rho_a \xi^2 d\xi = \rho r^2 dr,$$

$$\frac{d}{dt} \int_0^{R_1} r \left(\frac{dr}{dt} \right) \xi^2 d\xi + \frac{3\gamma - 5}{2} \int \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \xi d\xi = \frac{3E_0(\gamma - 1)}{4\pi \rho_a}.$$

В результате получим дифференциальное уравнение

$$2\nu_1 \frac{d}{dR_1} \left\{ \frac{\nu_1 R_1^4}{5\gamma + 1 + 4k} \left(1 - k - \frac{(\gamma + 1)R_1}{5\gamma + 1 + 4k} \frac{dk}{dR_1} \right) \right\} + \frac{2(3\gamma - 5)}{\gamma + 1} \cdot \frac{\nu_1^2 R_1^3}{3\gamma + 1 + 4k} \times$$

$$\times \left\{ (1 - k)^2 - \frac{2(\gamma + 1) \cdot (1 - k) R_1}{5\gamma + 1 + 4k} \frac{dk}{dR_1} + \frac{2(\gamma + 1)^2}{(5\gamma + 1 + 4k)^2} \left(R_1 \frac{dk}{dR_1} \right) \right\} = \frac{3E_0(\gamma - 1)}{4\pi \rho_a}.$$

Перейдем к безразмерной переменной

$$x = R_1 \left[\frac{\rho_a \alpha^2}{E} \right]^{\frac{1}{3}}$$

и получим дифференциальное уравнение второго порядка:

$$2x \frac{d}{dx} \left\{ \frac{1}{5\gamma + 1 + 4k} \left(1 - k - \frac{(\gamma + 1)x}{5\gamma + 1 + 4k} \frac{dk}{dx} \right) \right\} + \frac{1}{5\gamma + 1 + 4k} \left(1 - k - \frac{(\gamma + 1)x}{5\gamma + 1 + 4k} \frac{dk}{dx} \right) \left(8 - \frac{x}{k} \frac{dk}{dx} \right) +$$

$$+ \frac{2(3\gamma - 5)}{(\gamma + 1)(5\gamma + 1 + 4k)} + \left\{ (1 - k)^2 - \frac{2(\gamma + 1) \cdot (1 - k)_1}{5\gamma + 1 + 4k} x \frac{dk}{dx} + \frac{2(\gamma + 1)^2}{(5\gamma + 1 + 4k)^2} \left(x \frac{dk}{dx} \right)^2 \right\} = \frac{3(\gamma - 1)}{4\pi} \frac{k}{x^3}.$$

После интегрирования уравнения методом Рунге – Кутта второго порядка можно получить функцию $k(x) = \frac{\alpha^2}{\nu_1^2}$, закон движения фронта волны, давление $p_1(R_1)$, а также плотность $\rho_1(R_1)$ за фронтом ударной волны.

Заключение. Представлена теоретическая модель процесса, протекающего при приготовлении эмульсии с помощью пневматического излучателя. Рассмотрена общая постановка задачи о развитии сферической ударной волны, возникающей при работе пневматического излучателя, в ограниченном пространстве. Предложены упрощения поставленной задачи в зависимости от соотношения геометрических параметров емкости, в которой работает пневматический излучатель. Для решения поставленной задачи использован новый метод, заключавшийся в том, что в результате ряда преобразований задача была приведена к виду, пригодному для расчета с использованием метода Рунге – Кутта второго порядка с точностью, достаточной для инженерных расчетов.

Результаты проведенного теоретического исследования позволят оптимизировать технологию изготовления эмульсии с заранее заданными свойствами на основе отработавших нефтесодержащих продуктов и растворов технических моющих средств с помощью пневматического излучателя, что в свою очередь будет способствовать решению проблемы охраны труда и защиты здоровья работников предприятий от воздействия отработавших нефтесодержащих продуктов и растворов технических моющих средств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дронченко, В.А. Рециклинг жидких производственных отходов, содержащих нефтепродукты / В.А. Дронченко // Ресурсосберегающие и экологически чистые технологии: тр. второй науч.-техн. конф.; под ред. А.И. Свириденка. – Гродно, 1997. – Ч. II. – С. 308–311.
2. Дронченко, В.А. Технология производства водомасляной эмульсии с заранее заданной стабильностью на основе отработанных нефтепродуктов / В.А. Дронченко // Ресурсосберегающие и экологически чистые технологии: тез. докл. третьей науч.-техн. конф. – Гродно, 1998. – С. 274–275.
3. Kuzmich, R. Emulsol on the basis of used oil product / R. Kuzmich, A. Maksimchuk, V. Dronchenko // National and European dimension in research: Materialsof junior researches III conf.: in 3 parts. – Novopolotsk, PSU, 2011. – Part 1. Tecnology. – P. 40–41.
4. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
5. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учеб. пособие: в 10 т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – Т. VI: Гидродинамика. – 736 с.
6. Brode, H.L. Blast wave from spherical charge / H.L. Brode // Phys. Fluids. – 1959. – Vol. 2, № 2.
7. Sterhlow, R.A. The Blast Wave Generated by Sperical Flame / R.A. Sterhlow, R.T. Luckritz, A.A. Adamzryk // Comb. and Flame. – 1979. – № 35.
8. Физика взрыва: в 2 т. / Л.П. Орленко [и др.]; под ред. Л.П. Орленко. – М.: Физматлит – 2002. – Т. 1. – 832 с.
9. Физика взрыва / Ф.А. Баум [и др.]; под ред. Ф.А. Баума. – М.: Наука, 1975. – 704 с.

Поступила 12.01.2015

MODELLING OF A SHOCK WAVE DEVELOPMENT PROCESS ARISING AT OPERATION OF PNEUMATIC EMITTER

V. IVANOV, V. DRONCHENKO

The process of preparing an aqueous emulsion with preset properties on the basis of the exhaust oily products and solutions, technical detergents using shock waves arising at operation of pneumatic emitter is investigated. General problem of the development of a spherical shock wave in a confined space is considered. A mathematical model of a point explosion in the tank for the preparation of an emulsion by shock-wave method is given. The methods of calculating the parameters of the shock wave are analyzed.