Теплопроводность

Задача 1.1. Определить потерю теплоты Q, Вт, через стенку из красного кирпича длиной l=10 м, высотой h=3 м и толщиной δ= 0,25м, если температуры на поверхностях стенки поддерживаются t_{c1}=100^{0}С и t_{c2}=20^{0}С. коэффициент теплопроводности красного кирпича λ= 0,7 Вт/(м·^{0}С).

Решение: Потери теплоты через стенку

$$Q = \frac{l}{d}\left(t_{c1} - t_{c2}\right)\cdot F = \frac{0,7}{0,25}\cdot 80\cdot 10\cdot 3 = 6720 \text{ Вт.}$$

Задача 1.2. Теплота дымовых газов передается через стенку воде. Принимая температуру газов $t_{ж1}$ = 1300 ^{0}С, воды $t_{ж2}$ = 200 ^{0}С, коэффициент теплоотдачи от газов к стенке α_1 = 100 Вт/(м^{2}·^{0}С), а от стенки к воде α_2 = 2000 Вт/(м^{2}·^{0}С) и считая стенку плоской, требуется:

1. Подсчитать термические сопротивления, коэффициенты теплоотдачи и количество передаваемой теплоты от газов к воде через 1 м^2 стенки для следующих случаев:

а) стенка стальная, совершенно чистая, толщиной δ_2= 20 мм (λ_2=45,4 Вт/(м·^{0}С);

б) стенка со стороны воды покрыта слоем накипи толщиной δ_3= 8 мм (λ_3=2Вт/(м·^{0}С);

в) стенка со стороны газов покрыта слоем сажи толщиной δ_1= 2мм (λ_1=0,2 Вт/(м·^{0}С));

г) стенка со стороны воды покрыта слоем накипи δ_3= 8 мм, а со стороны газов – сажей δ_1= 2 мм.

2. Определить температуры всех слоев стенки для случая «г».

Решение: Термические сопротивления теплопередаче

$$R_a = \frac{1}{a_1} + \frac{d_2}{l_2} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{100} + \frac{0,02}{45,4} + \frac{1}{2000} = 0,011 \text{ м}^{2}\cdot{}^0\text{С/Вт;}$$

$$R_б = \frac{1}{a_1} + \frac{d_2}{l_2} + \frac{d_3}{l_3} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{100} + \frac{0,02}{45,4} + \frac{0,008}{2} + \frac{1}{2000} = 0,015 \text{ м}^{2}\cdot{}^0\text{С/Вт;}$$

$$R_в = \frac{1}{a_1} + \frac{d_1}{l_1} + \frac{d_2}{l_2} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{100} + \frac{0,002}{0,2} + \frac{0,02}{45,4} + \frac{1}{2000} = 0,021 \text{ м}^{2}\cdot{}^0\text{С/Вт;}$$

$$R_г = \frac{1}{a_1} + \frac{d_1}{l_1} + \frac{d_2}{l_2} + \frac{d_3}{l_3} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{100} + \frac{0,002}{0,2} + \frac{0,02}{45,4} + \frac{0,008}{2} + \frac{1}{2000} = 0,025 \text{ м}^{2}\cdot{}^0\text{С/Вт}$$

Коэффициенты теплопередачи

$$k_a = \frac{1}{R_a} = \frac{1}{0,011} = 90,91 \text{ Вт/(м}^{2}\cdot{}^0\text{С);}$$

$$k_б = \frac{1}{R_б} = \frac{1}{0,015} = 66,67 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^0\text{С);}$$

$$k_в = \frac{1}{R_в} = \frac{1}{0,021} = 47,62 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^0\text{С);}$$

$$k_г = \frac{1}{R_г} = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^0\text{С).}$$

Количество передаваемой теплоты от газов к воде через 1 м^2 стенки определим из уравнения теплопередачи

$$q = k(t_{ж1} - t_{ж2}), \text{ Вт/м}^2,$$

$$q_а = k_а(t_{ж1} - t_{ж2}) = 90,91(1300 - 200) = 100.001 \text{ Вт/м}^2;$$
$$q_б = k_б(t_{ж1} - t_{ж2}) = 66,67(1300 - 200) = 73.337 \text{ Вт/м}^2;$$
$$q_в = k_в(t_{ж1} - t_{ж2}) = 47,62(1300 - 200) = 53.382 \text{ Вт/м}^2;$$
$$q_г = k_г(t_{ж1} - t_{ж2}) = 40(1300 - 200) = 44.000 \text{ Вт/м}^2.$$

Температуры всех слоев стенки для случая «г».

Плотность теплового потока от газов к стенке

$$q_г = a_1(t_{ж1} - t_{с1}),$$

$$\text{отсюда } t_{с1} = t_{ж1} - \frac{q_г}{a_1} = 1300 - \frac{44000}{100} = 860 \ {}^0\text{С}.$$

Плотность теплового потока через слой сажи

$$q_г = \frac{l_1}{d_1}(t_{с1} - t_{с2}),$$

$$\text{отсюда } t_{с2} = t_{с1} - q_г \cdot \frac{d_1}{l_1} = 860 - 44000 \cdot \frac{0,002}{0,2} = 420 \ {}^0\text{С}.$$

Плотность теплового потока через стальную стенку

$$q_г = \frac{l_2}{d_2}(t_{с2} - t_{с3}),$$

$$\text{отсюда } t_{с3} = t_{с2} - q_г \cdot \frac{d_2}{l_2} = 420 - 44000 \cdot \frac{0,02}{45,4} = 400,6 \ {}^0\text{С}.$$

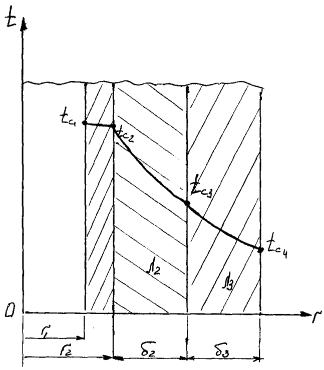
Плотность теплового потока через слой накипи

$$q_г = \frac{l_3}{d_3}(t_{с3} - t_{с4}),$$

$$\text{отсюда } t_{с4} = t_{с3} - q_г \cdot \frac{d_3}{l_3} = 400,6 - 44000 \cdot \frac{0,008}{2} = 224,6 \ {}^0\text{С}.$$

Задача 1.3. Стальная труба диаметром d_1/d_2 = 100/110 мм с коэффициентом с коэффициентом теплопроводности λ_1= 50 Вт/(м$\cdot{}^0$С) покрыта изоляцией в два слоя одинаковой толщины δ_2=δ_3 = 50 мм. Температуры внутренней поверхности трубы t_{c1}= 250^{0}С и наружной поверхности изоляции t_{c4}= 50^{0}С.

Определить потери теплоты через изоляцию с 1 пог. м. трубы и температуру на границе соприкосновения слоев изоляции t_{c3}, если первый слой изоляции, накладываемый на поверхность трубы, выполнен из материала с коэффициентом теплопроводности λ_2= 0,06 Вт/(м·^{0}С), а второй слой – из материала с коэффициентом теплопроводности λ_3= 0,12 Вт/(м·^{0}С).



Решение: Линейная плотность теплового потока через 1 пог.м. изолированной трубы

$$q_l = \frac{p\left(t_{c1} - t_{c4}\right)}{\frac{1}{2l_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2l_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2l_3}\ln\frac{d_4}{d_3}}.$$

Здесь $d_3 = d_2 + 2d_2 = 110 + 2\cdot 50 = 210$ мм,

$$d_4 = d_3 + 2d_3 = 210 + 2\cdot 50 = 310 \text{ мм},$$

$$q_l = \frac{3{,}14\cdot(250-50)}{\frac{1}{2\cdot 50}\ln\frac{110}{100} + \frac{1}{2\cdot 0{,}06}\ln\frac{210}{110} + \frac{1}{2\cdot 0{,}12}\ln\frac{310}{210}} = 89{,}5 \text{ Вт/м}.$$

Температура на границе соприкосновения слоев изоляции

$$t_{c3} = t_{c1} - \frac{q_l}{p}\left(\frac{1}{2l_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2l_2}\ln\frac{d_3}{d_2}\right) = 250 - \frac{89{,}5}{3{,}14}\left(\frac{1}{2\cdot 50}\ln\frac{110}{100} + \frac{1}{2\cdot 0{,}06}\ln\frac{210}{110}\right) = 97^0C$$

Задача 1.4. Как изменится величина тепловых потерь с 1 пог. м. трубопровода, рассмотренного в задаче 1.3, если слой изоляции поменять местами т.е. слой с большим коэффициентом теплопроводности наложить непосредственно на поверхность трубы, все другие условия, оставив без изменения.

Решение: Линейная плотность теплового потока с 1 пог.м. трубопровода

$$q_l = \frac{p\left(t_{c1} - t_{c4}\right)}{\frac{1}{2l_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2l_3}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2l_2}\ln\frac{d_4}{d_3}} =$$

$$= \frac{3{,}14(250-50)}{\frac{1}{2\cdot 50}\ln\frac{110}{100} + \frac{1}{2\cdot 0{,}12}\ln\frac{210}{110} + \frac{1}{2\cdot 0{,}06}\ln\frac{310}{210}} = 105{,}5\,Вт/м.$$

Следовательно, в этом случае тепловые потери увеличились на $\frac{105{,}5 - 89{,}5}{89{,}5}\cdot 100 = 18\%$.

Задача 1.5. Стальная труба внутренним диаметром d_1=20 мм (λ_1= 38 Вт/(м$\cdot^0$С)) с толщиной стенки δ_1= 2,5 мм покрыта слоем изоляции, коэффициент теплопроводности которой $\lambda_{из}$= 0,14 Вт/(м$\cdot^0$С). По трубе протекает вода, температура которой $t_{ж1}$ = 200^{0}С. Коэффициент теплоотдачи от воды к стенке α_1 = 1,8$\cdot$10^3 Вт/(м$^2\cdot^0$С). Снаружи труба омывается свободным потоком воздуха, температура которого $t_{ж2}$ = 20^{0}С, коэффициент теплоотдачи к воздуху от поверхности изоляции α_2 = 10 Вт/(м$^2\cdot^0$С). Требуется: 1. Найти толщину изоляционного материала, обеспечивающую температуру наружной поверхности изоляции 60^{0}С; 2. Сопоставить тепловые потоки через трубу с изоляцией и без нее при тех же $t_{ж1}$, $t_{ж2}$, α_1, α_2.

Решение. Линейная плотность теплового потока через изолированную трубу

$$q_l = \frac{p\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right)}{\dfrac{1}{a_1 d_1} + \dfrac{1}{2 l_1}\ln\dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{2 l_{из}}\ln\dfrac{d_{из}}{d_2} + \dfrac{1}{a_2 d_{из}}}.$$

Линейная плотность теплового потока от изоляции к наружному воздуху

$$q_l = p \cdot d_{из} \cdot a_2 (t_{из} - t_{ж2}).$$

Приравниваем правые части этих уравнений и представим решение в виде

$$y = \ln\frac{d_{из}}{d_2},$$

где

$$y = 2 l_{из}\left\{\frac{1}{d_{из}}\left[\frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{a_2 (t_{из} - t_{ж2})} - \frac{1}{a_2}\right] - \frac{1}{a_1 d_1} - \frac{1}{2 l_1}\ln\frac{d_2}{d_1}\right\}.$$

Подставим значения соответствующих величин и получим

$$y = 2\cdot 0{,}14\left\{\frac{1}{d_{из}}\left[\frac{200-20}{10(60-20)} - \frac{1}{10}\right] - \frac{1}{1800\cdot 0{,}02} - \frac{1}{2\cdot 38}\ln\frac{25}{20}\right\} = \frac{0{,}098}{d_{из}} - 0{,}0086.$$

Для графического решения полученного уравнения зададимся значениями $d_{из}$, определим y и $\ln\dfrac{d_{из}}{d_2}$, а полученные результаты представим в таблице

$d_{из}$	0,035	0,045	0,055	0,065	0,075	0,085	0,095
$d_{из}/d_2$	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0	3,4	3,8
$\ln\dfrac{d_{из}}{d_2}$	0,3365	0,5878	0,7885	0,9555	1,0986	1,2238	1,335
y	2,7914	2,1692	1,7732	1,4991	1,2981	1,1443	1,023

Полученные данные наносим на график и получаем значение корня $d_{из}$= 0,082 м, которое удовлетворяет уравнению $y = \ln\dfrac{d_{из}}{d_2}$.

Линейная плотность теплового потока через изолированную трубу

$$q_l = \frac{3{,}14(200-20)}{\frac{1}{1{,}8\cdot10^3\cdot0{,}02}+\frac{1}{2\cdot38}\ln\frac{25}{20}+\frac{1}{2\cdot0{,}14}\ln\frac{82}{25}+\frac{1}{10\cdot0{,}082}} = 102{,}9 Bm/м.$$

Линейная плотность теплового потока неизолированного трубопровода

$$q_l = \frac{p\left(t_{ж1}-t_{ж2}\right)}{\frac{1}{a_1 d_1}+\frac{1}{2l_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{a_2 d_2}} = \frac{3{,}14\cdot(200-20)}{\frac{1}{1{,}8\cdot10^3\cdot0{,}02}+\frac{1}{2\cdot38}\ln\frac{25}{20}+\frac{1}{10\cdot0{,}025}} = 160{,}3 Bm/м$$

Следовательно, у неизолированного трубопровода потери теплоты с 1 пог. м. в 1,58 раза больше, чем у изолированного.

Задача 1.6. Трубопровод диаметром d_1/d_2= 44/51 мм, по которому течет масло, покрыт слоем бетона толщиной δ_2 = 80 мм. Коэффициент теплопроводности материала трубы λ_1= 50 Вт/(м·^{0}С), коэффициент теплопроводности бетона λ_2=1,28 Вт/(м·^{0}С). Средняя температура масла в трубе $t_{ж1}$ = 120^{0}С, температура окружающего воздуха $t_{ж2}$ = 20^{0}С. Коэффициент теплоотдачи от масла к стенке α_1 = 100 Вт/(м^2·^{0}С) и от поверхности бетона к воздуху α_2 = 10 Вт/(м^2·^{0}С).
а) Определить потери теплоты с 1 пог. м. оголенного трубопровода и трубопровода, покрытого бетоном.
б) Каким должен быть коэффициент теплопроводности изоляции, чтобы при любой ее толщине тепловые потери с 1 пог. м. изолированной трубы были не больше, чем для оголенного трубопровода?

Решение. Потери теплоты с 1 пог. м. оголенного трубопровода

$$q_l = \frac{p\left(t_{ж1}-t_{ж2}\right)}{\frac{1}{a_1 d_1}+\frac{1}{2l_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{a_2 d_2}} = \frac{3{,}14\cdot(120-20)}{\frac{1}{100\cdot0{,}044}+\frac{1}{2\cdot50}\ln\frac{51}{44}+\frac{1}{10\cdot0{,}051}} = 142{,}5 Bm/м.$$

Потери теплоты с 1 пог. м. изолированного трубопровода

$$q_l^{из} = \frac{p\left(t_{ж1}-t_{ж2}\right)}{\frac{1}{a_1 d_1}+\frac{1}{2l_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{2l_2}\ln\frac{d_3}{d_2}+\frac{1}{a_2 d_3}} =$$

$$= \frac{3{,}14\cdot(120-20)}{\frac{1}{100\cdot0{,}044}+\frac{1}{2\cdot50}\ln\frac{51}{44}+\frac{1}{2\cdot1{,}28}\ln\frac{211}{51}+\frac{1}{10\cdot0{,}0211}} = 249 Bm/м.$$

Следовательно, потери теплоты с 1 пог. м. изолированного трубопровода в 249/142,5=1,75 раз больше, чем у оголенного.

Чтобы потери теплоты были для изолированного трубопровода меньше чем для оголенного, при любом слое изоляции, необходимо, чтобы $l_{из} = 0{,}5\cdot d_2\cdot a_2 = 0{,}5\cdot0{,}51\cdot10 \le 0{,}26$ Вт/(м·^{0}С).

Задача 1.7. Определить количество теплоты передаваемой через 1 $м^2$ ребристой стенки, коэффициент оребрения которой равен $F_2/F_1 = 12$. стенка выполнена из материала с коэффициентом теплопроводности λ= 63 Вт/(м·^{0}С) и толщиной δ=12 мм. Коэффициент теплоотдачи от рабочего тела к стенке α_1 =250Вт/($м^2$·^{0}С) и и от стенки к воздуху α_2 = 12 Вт/($м^2$·^{0}С). Температура рабочего тела t_1= 117 ^{0}С, температура воздуха t_2= 17 ^{0}С.

Решение. Коэффициент теплопередачи через оребренную стенку при отнесении теплового потока к гладкой поверхности

$$k_{р.г.} = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{d}{l} + \frac{1}{a_2}\cdot\frac{F_1}{F_2}} = \frac{1}{\frac{1}{250} + \frac{0{,}012}{63} + \frac{1}{12\cdot 12}} = 90\frac{Вт}{м^2\cdot{}^0C}.$$

Тогда плотность теплового потока через оребренную стенку
$q_p = k_{р.г.}(t_1 - t_2) = 90(117 - 17) = 9000$ Вт/$м^2$.

Коэффициент теплопроводности через неоребренную стенку

$$k = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{d}{l} + \frac{1}{a_2}} = \frac{1}{\frac{1}{250} + \frac{0{,}012}{63} + \frac{1}{12}} = 11{,}4\frac{Вт}{м^2\cdot{}^0C}.$$

Тепловой поток через стенку
$q = k\cdot(t_1 - t_2) = 11{,}4\cdot(117 - 17) = 1140$ Вт/$м^2$.

Следовательно, оребрение поверхности стенки увеличило теплопередачу в 7,9 раза.

Задача 1.8. Определить температуру на поверхности и в центре равномерно нагретого до t_0=927^{0}С длинного стального вала диаметром 400 мм через 1 час после помещения его на воздухе, температура которого $t_{ср}$= 27^{0}С. Коэффициент теплоотдачи от стенки вала к воздуху α = 50 Вт/($м^2$·^{0}С), коэффициент температуропроводности стали a=8,9·10^{-6} $м^2$/с, коэффициент теплопроводности стали λ= 50 Вт/(м·^{0}С).

Решение. Критерий $Bi = \frac{a\cdot r}{l} = \frac{50\cdot 0{,}2}{50} = 0{,}2$,

критерий Фурье $Fo = \frac{a\cdot t}{r^2} = \frac{8{,}9\cdot 10^{-6}\cdot 3600}{0{,}04} = 0{,}8$.

По значениям Bi и Fo из таблиц значений $J_ц / J_1 = f(Bi, Fo)$ и $J_{см} / J_1 = f(Bi, Fo)$ для цилиндра бесконечной длины находим $J_{ст} / J_1 = 0{,}74$ $J_ц / J_1 = 0{,}8$.

Разности температур $J_1 = t_0 - t_{ср} = 927 - 27 = 900$ ^{0}С.

Значения избыточных температур $J_{ст} = t_{ст} - t_{ср}$, $J_ц = t_ц - t_{ср}$.

Следовательно, температуры поверхности и центра вала через 1 час охлаждения $J_{cm} = 0{,}74 \cdot J_1$, отсюда

$$t_{cm} = 0{,}74 \cdot (t_0 - t_{cp}) + t_{cp} = 0{,}74 \cdot (927 - 27) + 27 = 693^0\text{C},$$

$J_ц = 0{,}8 \cdot J_1$, отсюда

$$t_ц = 0{,}8 \cdot (t_0 - t_{cp}) + t_{cp} = 0{,}8 \cdot (927 - 27) + 27 = 747\,^0\text{C}.$$

Задача 1.9. В экспериментальной установке определения коэффициента температуропроводности методом регулярного режима исследуемый материал помещен в цилиндрический калориметр диаметром d=50 мм и длиной l=75 мм. После предварительного нагрева калориметр охлаждается в водяном термостате, температура воды в котором постоянна и равна t=20^{0}С.

Вычислить значение коэффициента температуропроводности испытуемого материала, если в процессе охлаждения после наступления регулярного режима температура образца в месте заделки термопары за $\Delta\tau$= 7 мин уменьшилась с t_1=30^{0}С до t_2=22^{0}С.

Решение. Коэффициент температуропроводности материала определится

$$a = k \cdot m,$$

где $k = \dfrac{1}{\left(\dfrac{2{,}405}{r}\right)^2 + \left(\dfrac{p}{l}\right)^2}$ – коэффициент формы тела;

$m = \dfrac{\ln J_1 - \ln J_2}{\Delta t}$ – темп охлаждения;

J_1, J_2 – избыточные температуры.

Следовательно,

$$a = \frac{1}{\left(\dfrac{2{,}405}{0{,}025}\right)^2 + \left(\dfrac{3{,}14}{0{,}075}\right)^2} \cdot \frac{\ln(30-20) - \ln(22-20)}{7 \cdot 60} = 3{,}47 \cdot 10^{-7}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Конвективный теплообмен

Задача 2.1. Тонкая пластина длиной l=2м и шириной a=1,5 м обтекается продольным потоком воздуха. Скорость и температура набегающего потока равны соответственно ω= 3 м/с, t_0= 20^{0}С. Температура поверхности пластины t_c= 90^{0}С. Определить средний по длине пластины коэффициент теплоотдачи α и количество теплоты, отдаваемой пластиной воздуху.

Решение. Для воздуха при t_0= 20^{0}С из таблиц находим λ= 2,59·10^{-2} Вт/(м·^{0}С), ν=15,06·10^{-6} м^2/с, Pr=0,703.

Критерий Рейнольдса $\mathrm{Re} = \dfrac{w \cdot l}{n} = \dfrac{3 \cdot 2}{15{,}06 \cdot 10^{-6}} = 3{,}98 \cdot 10^5$. Поскольку $\mathrm{Re} < 5 \cdot 10^5$, то режим течения в пограничном слое ламинарный и средняя по длине теплоотдача определяется из критериального уравнения.

$$\overline{Nu} = 0{,}67 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}5} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}33},$$

где $\overline{Nu} = \dfrac{\overline{a} \cdot l}{l}$, а физические параметры выбираются по температуре набегающего потока t_0.

$$\overline{Nu} = 0{,}67 \cdot (3{,}98 \cdot 10^5)^{0{,}5} \cdot (0{,}703)^{0{,}33} = 375.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\overline{a} = \overline{Nu} \cdot \frac{l}{l} = 375 \cdot \frac{2{,}59 \cdot 10^{-2}}{2} = 4{,}87 \frac{Вт}{м^2 \cdot c}.$$

Количество теплоты, передаваемой с обеих сторон пластины

$$Q = \overline{a}(t_c - t_0)F = 4{,}87(90 - 20)2 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 2050 Вт.$$

Задача 2.2. Решить предыдущую задачу при условии, что скорость набегающего потока увеличилась до ω=4 м/с.

Решение. Критерий $\mathrm{Re} = \dfrac{w \cdot l}{n} = \dfrac{4 \cdot 2}{15{,}06 \cdot 10^{-6}} = 5{,}23 \cdot 10^5$. Поскольку $\mathrm{Re} > \cdot 10^5$ то режим течения в пограничном слое турбулентный и средняя по длине теплоотдача определяется из критериального уравнения

$$\overline{Nu} = 0{,}037 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}43} = 0{,}037(5{,}23 \cdot 10^5)^{0{,}8}(0{,}703)^{0{,}43} = 1216.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\overline{a} = \overline{Nu} \cdot \frac{l}{l} = 1216 \cdot \frac{2{,}59 \cdot 10^{-2}}{2} = 13{,}5 \frac{Вт}{м^2 \cdot c}.$$

Количество теплоты, передаваемое пластиной воздуху

$$Q = \overline{a}(t_c - t_0)F = 13{,}52 \cdot 70 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 5670 Вт.$$

Задача 2.3. Определить коэффициент теплоотдачи и количество переданной теплоты при течении воды в горизонтальной трубе d=0,008 м и длиной l=6м, если скорость ω= 0,1 м/с, температура воды $t_ж$ = 80^{0}С, температура стенки t_c=20^{0}С.

Решение. Для определения режима движения вычислим значение комплекса (Gr·Pr) для средней температуры $t_г = 0{,}5(t_ж + t_c) = 50^0$С. При этой температуре из таблиц имеем: Pr=3,54, β= 4,49·10^{-4} 1/^{0}C, ν= 0,556·10^{-6} м^2/с, Δt= 60^{0}C. Следовательно, $(Gr \cdot \Pr) = \left(\frac{g \cdot d^3 \cdot b \cdot \Delta t}{n^2} \cdot \Pr \right) = 5{,}06 \cdot 10^6$. Поскольку (Gr·Pr)> 8·10^5, то режим движения воды вязкостоно-гравитационный и расчет средней теплоотдачи проведем по формуле

$$\overline{Nu}_{ж,d} = 0{,}15 \cdot \mathrm{Re}_{ж,a}^{0{,}33} \cdot \Pr_{ж}^{0{,}33} \cdot \left(Gr_{ж,a}\ \Pr_{ж}\right)^{0{,}1} \cdot \left(\frac{\Pr_{ж}}{\Pr_c}\right)^{0{,}25} \cdot \bar{e}_l .$$

При $t_ж$ = 80^{0}C из таблиц находим $\lambda_ж$= 0,675 Вт/(м·^{0}C), $\nu_ж$=0,365·10^{-6} м^2/с, $\beta_ж$= 6,32·10^{-4} 1/^{0}C, $\Pr_ж$=2,21; при t_c=20^{0}C $\Pr_c$=7,02. По этим значениям находим $\mathrm{Re}_{ж,d}$ = 2190, $Gr_{ж,d}$= 1,43·10^6, $\bar{e}_l$=1, т.к. l/d=6/0,008>50. Тогда

$$\overline{Nu}_{ж,d} = 0{,}15 \cdot 2190^{0{,}33} \cdot 2{,}21^{0{,}33} \cdot (1{,}43 \cdot 10^6 \cdot 2{,}21) \cdot (2{,}21/7{,}02)^{0{,}25} \cdot 1 = 8{,}56 .$$

Отсюда

$$\bar{a} = \overline{Nu}_{ж,d} \cdot \frac{l_m}{d} = 8{,}56 \cdot \frac{0{,}675}{0{,}008} = 724 \frac{Вт}{м^2 \cdot c} .$$

Количество теплоты, передаваемой через всю трубу

$$Q = p \cdot d \cdot l \cdot \bar{a}\,(t_ж - t_c) = 3{,}14 \cdot 0{,}008 \cdot 6 \cdot 724 \cdot (80 - 20) = 6540 \text{ Вт.}$$

Задача 2.4. Определить средний коэффициент теплоотдачи конвекцией от поперечного потока дымовых газов к стенкам труб котельного пучка. Трубы диаметром d=80 мм расположены в шахматном порядке. Поперечный и продольный шаги труб равны соответственно s_1= 2,5d ; s_2 = 2d . Средняя скорость потока газов в узком сечении пучка ω= 10 м/с. Температура газов перед пучком $t_{ж1}$ = 1100^{0}C, за пучком $t_{ж2}$= 900^{0}C. Пучок состоит из четырех рядов труб с одинаковой поверхностью.

Решение. Определяющая температура $t_ж = \frac{t_{ж1} + t_{ж2}}{2} = \frac{1100 + 900}{2} = 1000^0C$

При этой температуре из таблиц находим физические свойства дымовых газов: $\lambda_ж$= 0,109 Вт/(м·^{0}C), $\nu_ж$=174,3·10^{-6} м^2/с, $\Pr_ж$=0,58. Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_ж = \frac{w \cdot d}{n_ж} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{174{,}3 \cdot 10^{-6}} = 4{,}59 \cdot 10^3 .$$

Отношение s_1/s_2 = *2,5/2=1,25* и поправочный коэффициент $e_s = (1{,}25)^{\frac{1}{6}} = 1{,}04$.

Для расчета теплоотдачи третьего и четвертого рядов пучка используем критериальное уравнение

$$Nu_{ж} = 0{,}41 \cdot \mathrm{Re}_{ж}^{0,6} \cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0,33} \cdot e_s = 0{,}41 \cdot (4{,}59 \cdot 10^3)^{0,6} \cdot 0{,}58^{0,33} \cdot 1{,}04 = 55.$$

Коэффициент теплоотдачи для третьего и четвертого рядов

$$a_3 = Nu_{ж} \frac{l_{ж}}{d} = 55 \frac{0{,}109}{8 \cdot 10^{-2}} = 75 \frac{Вт}{м^2 \cdot {}^0 C}.$$

Для труб первого ряда $a_1 = 0{,}6 \cdot a_3$, для труб второго ряда шахматного пучка $a_2 = 0{,}7 \cdot a_3$.

Средний коэффициент теплоотдачи всего пучка

$$\overline{a} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{4} a_i = \frac{1}{4} \left(0{,}6 \cdot a_3 + 0{,}7 a_3 + 2 a_3\right) = 62 \frac{Вт}{м^2 \cdot {}^0 C}.$$

Задача 2.5. Определить передачу теплоты при свободной конвекции от вертикального полого трубопровода диаметром d=120 мм и высотой h=6м к воздуху. Температура стенки трубы $t_{ст}$ = 250^{0}С, температура воздуха $t_{ж}$ = 20^{0}С.

Решение. При $t_{ж}$ = 20^{0}С из таблиц находим физические свойства воздуха $\lambda_ж$= 0,026 Вт/(м·^{0}С), $\nu_ж$=15,06·10^{-6} м^2/с, $\beta_ж=1/T_{ж}$ = 1/293= 0,0034 1/^{0}С, $\mathrm{Pr}_ж$=0,703.

Комплекс $\left(Gr_{ж,h} \cdot \mathrm{Pr}_{ж}\right) = \left(\frac{g \cdot h^3 \cdot b_{ж} \cdot (t_{ст} - t_{ж})}{n_{ж}^2} \cdot \mathrm{Pr}_{ж}\right) = 5{,}16 \cdot 10^{12}$. Поскольку $(Gr_{ж,h} \cdot Pr_{ж}) > 6 \cdot 10^{10}$, то движение воздуха около трубы турбулентное и коэффициент теплоотдачи определяется из критериального уравнения

$$\overline{Nu}_{ж,h} = 0{,}15 \cdot \left(Gr_{ж,h}\, \mathrm{Pr}_{ж}\right)^{0,33} = 0{,}15 \cdot (5{,}16 \cdot 10^{12} \cdot 0{,}703)^{0,33} = 2320.$$

Отсюда коэффициент теплоотдачи

$$a = Nu_{ж,h} \frac{l_{ж}}{h} = 2320 \cdot \frac{0{,}026}{6} = 10 \frac{Вт}{м^2 \cdot {}^0 C}.$$

Потери теплоты трубопроводом

$$Q = a \cdot p \cdot d \cdot l \cdot (t_{ст} - t_{ж}) = 10 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}12 \cdot 6 \cdot (250 - 20) = 5200 \text{ Вт}.$$

Теплообменные аппараты

Задача 4.1. В воздухоподогревателе воздух нагревается от температуры t'_2=20^{0}С до t''_2=210^{0}С, а горячие газы охлаждаются от температуры t'_1=410 ^{0}С до t''_1=250 ^{0}С.

Определить средний логарифмический температурный напор между воздухом и газом для случаев движения их по прямоточной и противоточной схемам.

Решение. Средний логарифмический температурный напор определяется по формуле

$$\Delta t_л = \frac{\Delta t_{вх} - \Delta t_{вых}}{\ln \dfrac{\Delta t_{вх}}{\Delta t_{вых}}}.$$

Для прямотока $\Delta t_{вх} = t_1' - t_2'$, $\Delta t_{вых} = t_1'' - t_2''$.

Для противотока $\Delta t_{вх} = t_1'' - t_2'$, $\Delta t_{вых} = t_1' - t_2''$.

Тогда

$$\Delta t_л^{прям} = \frac{(t_1' - t_2') - (t_1'' - t_2'')}{\ln \dfrac{t_1' - t_2'}{t_1'' - t_2''}} = 154\ ^0\text{C},$$

$$\Delta t_л^{прот} = \frac{(t_1'' - t_2') - (t_1' - t_2'')}{\ln \dfrac{t_1'' - t_2'}{t_1' - t_2''}} = 215\ ^0\text{C}.$$

Задача 4.2. Определить поверхность нагрева и число секций водоводяного теплообменника типа «труба в трубе». Горячая вода движется по внутренней стальной трубе (λ_c = 45 Вт/(м·^{0}С)) диаметром d_2/d_1 = 35/32 мм и имеет температуру на входе $t'_{ж1}$= 95^{0}С. Расход греющей воды G_1= 2130кг/ч. Нагреваемая вода движется противотоком по кольцевому каналу между трубами и нагревается от температуры $t'_{ж2}$= 15^{0}С до $t''_{ж2}$= 45^{0}С. Внутренний диаметр внешней трубы D=48 мм. Расход нагреваемой воды G_2= 3200 кг/ч. Длина одной секции теплообменника l=17,5 м. Потерями теплоты через внешнюю поверхность теплообменника пренебрегаем.

Решение. Теплоемкость воды C_{p1}= C_{p2}= 4,19 кДж/(кг·^{0}С). Количество передаваемой теплоты

$$Q = G_2 \cdot C_{p2} \cdot (t''_{ж2} - t'_{ж2}) = \frac{3200}{3600} \cdot 4{,}19 \cdot (45 - 15) = 111{,}5 кВт.$$

Температура греющей воды на выходе

$$t''_{ж1} = t'_{ж1} - \frac{Q}{G_1 \cdot C_{p1}} = 95 - \frac{111{,}5 \cdot 3600}{2130 \cdot 4{,}19} = 50^0\text{C}.$$

Находим средние арифметические значения температур теплоносителей и значения физических свойств воды при этих температурах

$\bar{t}_{ж1} = 0{,}5 \cdot (t'_{ж1} + t''_{ж1}) = 0{,}5 \cdot (95 + 50) = 72{,}5\ ^0$С.

Из таблиц при этой температуре $\rho_{ж1}$ = 976 кг/м^3;$\nu_{ж1}$= 0,403·10^{-6} м^2/с; $\lambda_{ж1}$= 0,67 Вт/(м·^{0}С); $Pr_{ж1}$ = 2,47. Соответственно, для холодного теплоносителя $\bar{t}_{ж2} = 0{,}5 \cdot (t'_{ж2} + t''_{ж2}) = 0{,}5 \cdot (15 + 45) = 30\ ^0$С; $\rho_{ж2}$ = 996 кг/м^3;$\nu_{ж2}$= 0,805·10^{-6} м^2/с; $\lambda_{ж2}$= 0,618 Вт/(м·^{0}С); $Pr_{ж2}$ = 5,42.

Скорости движения теплоносителей

$$w_1 = \frac{4 \cdot G_1}{r_{жс1} \cdot p \cdot d_1^2 \cdot 3600} = \frac{4 \cdot 2130}{976 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}032^2 \cdot 3600} = 0{,}755 \frac{м}{с},$$

$$w_2 = \frac{4 \cdot G_2}{r_{жс2} \cdot p \cdot (D - d_2^2) \cdot 3600} = \frac{4 \cdot 3200}{996 \cdot 3{,}14 \cdot (4{,}8^2 - 3{,}5^2) \cdot 10^{-4} \cdot 3600} = 1{,}06 \frac{м}{с}.$$

Число Рейнольдса для греющей воды

$$\mathrm{Re}_{жс1} = \frac{w_1 \cdot d_1}{n_{жс1}} = \frac{0{,}755 \cdot 0{,}032}{0{,}403 \cdot 10^{-6}} = 6 \cdot 10^4.$$

Следовательно, режим течения греющей воды турбулентный и для расчета теплоотдачи используем критериальное уравнение

$$\bar{N}u_{жс1} = 0{,}021 \cdot \mathrm{Re}_{жс1}^{0,8} \cdot \mathrm{Pr}_{жс1}^{0,43} \cdot \left(\frac{\mathrm{Pr}_{жс1}}{\mathrm{Pr}_{c1}} \right)^{0,25}.$$

Поскольку температура стенки неизвестна, то в первом приближении задаемся значением

$$t_{c1} = 0{,}5 \cdot (\bar{t}_{жс1} + \bar{t}_{жс2}) = 0{,}5 \cdot (72{,}5 + 30) = 51{,}25^0\mathrm{C}.$$

При этой температуре Pr_{c1}= 3,5 и

$$\bar{N}u_{жс1} = 0{,}021 \cdot (6 \cdot 10^4) \cdot (2{,}47)^{0,43} \cdot \left(\frac{2{,}47}{3{,}5} \right)^{0,25} = 188.$$

Коэффициент теплоотдачи от горячей воды к стенке трубы

$$\bar{a}_1 = \bar{N}u_{жс1} \cdot \frac{l_{жс1}}{d_1} = 188 \cdot \frac{0{,}67}{0{,}032} = 3940 \frac{Вт}{м^2 \cdot {}^0C}.$$

Число Рейнольдса для потока нагреваемой воды

$$\mathrm{Re}_{жс2} = \frac{w_2 \cdot d_э}{n_{жс2}} = \frac{1{,}06 \cdot 0{,}013}{0{,}805 \cdot 10^{-6}} = 1{,}71 \cdot 10^4,$$

где эквивалентный диаметр для кольцевого канала

$$d_э = D - d_2 = 48 - 35 = 13 \text{ мм}.$$

Приняв в первом приближении $t_{c1} \approx t_{c2}$, а следовательно $Pr_{c1} = Pr_{c2} \approx 3{,}5$ имеем

$$\bar{N}u_{жс2} = 0{,}021 \cdot (1{,}71 \cdot 10^4)^{0,8} \cdot (5{,}42)^{0,43} \cdot \left(\frac{5{,}42}{3{,}5} \right) = 118.$$

Коэффициент теплоотдачи от стенки трубы к нагреваемой воде

$$\bar{a}_2 = \bar{N}u_{жс2} \cdot \frac{l_{жс2}}{d_э} = 118 \cdot \frac{0{,}618}{0{,}013} = 5620 \frac{Вт}{м^2 \cdot {}^0C}.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$k = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{d_c}{l_c} + \frac{1}{a_2}} = \frac{1}{\frac{1}{3940} + \frac{0{,}00015}{45} + \frac{1}{5620}} = 2150 \frac{Вт}{м^2 \cdot {}^0C}.$$

Поскольку в нашем случае $\frac{t'_{ж1}-t''_{ж2}}{t''_{ж1}-t'_{ж2}}=\frac{50}{35}<1{,}5$, то расчет плотности теплового потока можно проводить по средней арифметической разности температур

$\Delta t_a=\bar t_{ж1}-\bar t_{ж2}=72{,}5-30=42{,}5\,^0$С.

Плотность теплового потока

$q=k\Delta t_a=2150\cdot 42{,}5=9{,}15\cdot 10^4$ Вт/м^2.

Поверхность нагрева водоводяного теплообменника

$F=\frac{Q}{q}=\frac{111{,}5}{91{,}5}=1{,}22$ м^2.

Число секций $n=\frac{F}{p\cdot d_1\cdot l}=\frac{1{,}22}{3{,}14\cdot 0{,}032\cdot 1{,}75}\approx 7$.

Температуры стенок трубы

$t_{c1}=\bar t_{ж1}-\frac{q}{a_1}=72{,}5-\frac{91500}{3940}=49{,}3\,^0$С,

$t_{c2}=\bar t_{ж2}+\frac{q}{a_1}=30+\frac{91500}{5620}=46{,}3\,^0$С.

При этих температурах *Pr*$_{c1}$=3,59, *Pr*$_{c2}$= *3,83* и поправки на изменение физических свойств жидкости имеют следующие значения

$\left(\frac{\Pr_{ж1}}{\Pr_{c1}}\right)^{0,25}=\left(\frac{2{,}47}{3{,}59}\right)^{0,25}=0{,}91$ (было принято 0,92),

$\left(\frac{\Pr_{ж2}}{\Pr_{c2}}\right)^{0,25}=\left(\frac{5{,}42}{3{,}83}\right)^{0,25}=1{,}09$ (было принято 1,12).

Совпадение достаточно точное, поэтому можно окончательно принять *F*=1,22м2 и *n*=7.

Задача 4.3. Прямоточный теплообменник имеет площадь поверхности F=8м^2. Параметры горячей жидкости G_1 = 225 кг/ч, C_{p1}= $3{,}03\cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot^0$С) t'_2=10^{0}С. Для охлаждения используется вода с параметрами G_2 =1000 кг/ч, C_{p2}= $4{,}19\cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot^0$С), t'_1=120^{0}С. Коэффициент теплопередачи *k*=35 Вт/(м $^{2}\cdot{}^0$С).

Определить конечные температуры жидкостей и количество передаваемой теплоты.

Решение. Водяные эквиваленты теплоносителей

$W_1=G_1\cdot C_{p1}=\frac{225}{3600}\cdot 3{,}03\cdot 10^3=190\frac{Вт}{^0C}$,

$W_2=G_2\cdot C_{p2}=\frac{1000}{3600}\cdot 4{,}19\cdot 10^3=1160\frac{Вт}{^0C}$.

Безразмерные комплексы

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{190}{1160} = 0{,}16\ , \quad \frac{k \cdot F}{W_1} = \frac{35 \cdot 8}{190} = 1{,}5 .$$

По этим значениям из графика для прямотока найдем величину вспомогательной функции П=0,72.

Понижение температуры горячей жидкости

$dt_1 = t_1' - t_1'' = (t_1' - t_2') \cdot \Pi = (120 - 10) \cdot 0{,}752 = 79\,^0$C.

Следовательно, ее конечная температура равна

$t_1'' = t_1' - dt_1 = 120 - 79 = 41\ ^0$C.

Количество передаваемой теплоты

$Q_\Pi = W_1 \cdot dt_1 = 190 \cdot 79 = 15000$ Вт.

Повышение температуры холодной жидкости определим из уравнения $Q = W_2 \cdot (t_2'' - t_2')$, откуда

$$t_2'' - t_2' = \frac{Q}{W_2} = \frac{15000}{160} = 13{,}9\,^0\text{C}.$$

Следовательно, конечная температура холодной жидкости $t_2'' = 10 + 13{,}9 = 23{,}9\,^0$C.

Задача 4.4. Для теплообменника, рассмотренного в задаче 4.3., произвести расчеты конечных температур теплоносителей и количество передаваемой теплоты, если он работает по противоточной схеме движения теплоносителей.

Решение. По значениям безразмерных комплексов $\frac{W_1}{W_2} = 0{,}16$ и $\frac{k \cdot F}{W_1} = 1{,}5$ из графика для противотока находим величину вспомогательной функции Z=0,75.

Изменение температуры горячей жидкости

$dt_1 = (t_1' - t_2') \cdot Z = (120 - 10) \cdot 0{,}75 = 82{,}5\,^0$C.

Конечная температура ее

$t_1'' = 120 - 82{,}5 = 37{,}5\,^0$C.

Изменение температуры холодной жидкости

$$dt_1 = (t_1' - t_2') \cdot \frac{W_1}{W_2} \cdot Z = 110 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}75 = 13{,}2\,^0\text{C}.$$

Конечная температура ее

$t_2'' = 10 + 13{,}2 = 23{,}2\,^0$C.

Количество переданной теплоты

$Q_Z = W_1 \cdot dt_1 = 190 \cdot 82{,}5 = 15680$ Вт.

Таким образом, в случае противотока в теплообменнике происходит более глубокое охлаждение жидкости.