

1.9 ТЕПЛОЕМКОСТЬ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Теплоемкостью тела в каком-либо процессе изменения его состояния называется количество подведённой (или отведённой) теплоты, необходимое для повышения (или понижения) его температуры на один градус.

В термодинамике газов различают
массовую теплоемкость c , кДж/(кг·град),
объемную теплоемкость c' , кДж/(м³·град),
мольную теплоемкость mc , кДж/(кмоль·град).

$$c = \frac{mc}{m}; \quad c' = \frac{mc}{22,4}; \quad c' = \frac{c}{J_0},$$

где J_0 – удельный объем при нормальных условиях.

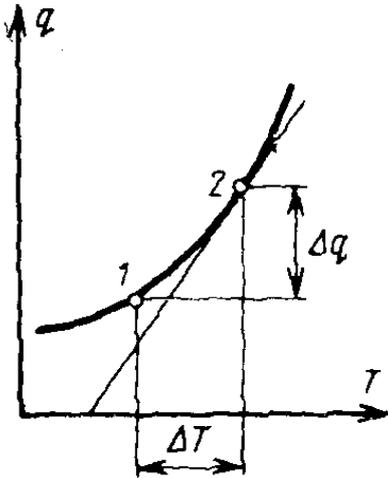
Теплота является функцией процесса:

для элементарного термодинамического процесса $dq = du + dl$. Как было сказано выше, внутренняя энергия обладает полным дифференциалом, а работа изменения объёма – нет. Значит, сумма $dq = du + dl$ не обладает свойствами полного дифференциала.

Поэтому понятие теплоемкости имеет смысл лишь в том случае, когда задан характер процесса, в котором газу сообщается теплота.

Связь между теплотой процесса и температурой газа

$$q = f(T),$$



Очевидно, что на различных участках такой кривой одному и тому же изменению температуры соответствуют различные количества подведенной теплоты, поэтому и значения теплоемкости на этих участках будут различными.

Вводят понятие о теплоемкости, средней в заданном интервале температур от T_1 до T_2 (т.е. на участке 1–2).

$$C_m = \frac{\Delta q}{\Delta T}$$

Значение истинной теплоемкости при заданной температуре:

$$c_{ист} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta q}{\Delta T} \right) = \frac{dq}{dT}$$

Истинная теплоемкость математически выражается как первая производная теплоты по температуре (при условии, что задан характер процесса).

В термодинамике особо важную роль играют теплоемкость при постоянном объеме

$$c_J = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_J$$

и теплоемкость при постоянном давлении

$$c_p = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_p$$

Связь между ними легко устанавливается из первого закона термодинамики

$$dq = du + pdJ \quad \text{или} \quad q = i_2 - i_1 - \int_{p_1}^{p_2} Jdp$$

Если теплота подводится при постоянном объеме, то $dJ = 0$, а следовательно,

$$c_J = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_J = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_J$$

Если теплота подводится при постоянном давлении, то

$$c_p = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_p + p \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\partial i}{\partial T} \right)_p$$

В идеальном газе силы взаимодействия между молекулами отсутствуют, а объём, который они занимают, также равен нулю, т.е. внутренняя энергия u состоит только из кинетической энергии движения молекул $u = f(T)$ и, значит, не зависит ни от объема, ни от давления:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_J = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p = \frac{du}{dT},$$

$$J = \frac{RT}{p} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p}$$

Окончательно $c_p = c_J + R$

$$mc_p = mc_J + mR$$

Молекулярно-кинетическая теория теплоемкости

Численные значения теплоемкости идеальных газов могут быть получены из основного уравнения кинетической теории газов:

Умножая обе части этого уравнения на объем одного киломоля Jm , получаем

$$pJm = \frac{2}{3} (nJm) \frac{mW^2}{2}$$

где $N = nJm$ – число молекул в одном киломоле газа (число Авогадро, $6,023 \cdot 10^{26}$).

Если молекулы газа представить себе в виде материальных точек, могущих совершать только поступательное движение, то внутренняя энергия одного киломоля будет равна

$$\bar{u} = \frac{3}{2} pJm = \frac{3}{2} mRT$$

Материальная точка имеет 3 степени свободы, следовательно, на каждую из них в одном киломоле газа приходится внутренняя энергия

равная $\frac{1}{2} mRT$.

При постоянном объеме подвод теплоты не вызывает совершения работы газом, поэтому $dq = \Delta u$, и мольная изохорная теплоёмкость:

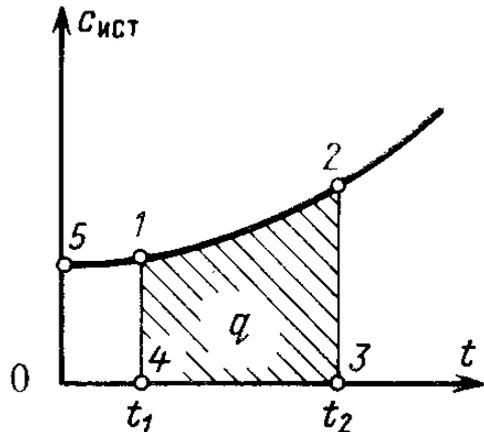
$$m c_J = \frac{\bar{u}}{T} = \frac{3 + J_{ep}}{2} mR$$

Мольная изобарная теплоёмкость:

$$m c_p = \frac{3 + J_{ep}}{2} mR + mR = \frac{5 + J_{ep}}{2} mR$$

Зависимость теплоемкости от температуры

В точных расчетах, особенно при высоких температурах, кроме энергии поступательного и вращательного движения молекул, необходимо учитывать энергию колебательного движения атомов.



Характер процесса устанавливает необходимую функциональную связь между теплотой и температурой, а потому истинную теплоемкость можно считать производной теплоты по температуре

$$q = \int_{t_1}^{t_2} c_{ист} dt$$

Из графика видно, что теплота, затраченная на нагревание газа от t_1 до t_2

$$q = \text{пл}0 - 5 - 2 - 3 - 0 - \text{пл}0 - 5 - 1 - 4 - 0,$$

или учитывая, что на оси ординат $t=0$

$$q = c_m \frac{t_2}{0} - c_m \frac{t_1}{0}$$

Средние теплоемкости c_m^t сведены в таблицы теплоемкостей, которые и используются для теплотехнических расчетов.

$$c_m^t = \frac{c_m \frac{t_2}{0} - c_m \frac{t_1}{0}}{t_2 - t_1} .$$

Теплоемкость газовых смесей

Чтобы вычислить теплоемкость газовой смеси по теплоемкостям ее компонентов, необходимо знать массовый, объемный или мольный состав этой смеси.

Если смесь задана массовым составом

$$c_{см} = m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots, \text{ кДж/(кг·град)}$$

Если смесь задана объемным составом

$$c'_{см} = r_1 c'_1 + r_2 c'_2 + \dots, \text{ кДж/(кг·град)}$$

Если смесь задана мольным составом, то принимаются те же формулы, что и при задании ее объемным составом.