**ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН**

**1 семестр**

1. Матрицы, основные понятия. Линейные операции над матрицами и их свойства. Алгебраическое дополнение. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу). Вычисление определителя приведением к треугольному виду.

2. Умножение матриц, свойства операции умножения. Обратная матрица, ее вычисление. Решение систем линейных уравнений матричным методом. Правило Крамера

3. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса-Жордана.

4. Множество действительных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания. Сложные и обратные функции, их графики. Основные элементарные функции. Гиперболические функции, их графики. Числовые последовательности. Способы задания и виды последовательности.

5. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы, их связь с пределом функции. Свойства функций, имеющих предел. Предел суммы, произведения и частного функций. Предел сложной функции.

6. Первый и второй замечательные пределы, их следствия. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства и взаимосвязь. Эквивалентность функций, их использование при вычислении пределов.

7. Непрерывность функции в точке. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений. Непрерывность функции. Классификация разрывов функций.

8. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции. Геометрический и механический смыслы производной. Дифференцируемость функции. Дифференциал, его геометрический и механический смысл.

9. Производная суммы, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование параметрически заданных и неявных функций. Таблица производных. Логарифмическая производная.

10. Бесконечная производная, односторонние производные. Производные и дифференциалы высших порядков. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

11. Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ролля, Коши, Лагранжа). Применение производной. Правило Лопиталя – Бернулли.

12. Локальный экстремум. Теорема Ферма. Условия возрастания и убывания функций. Достаточные условия локального экстремума. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Глобальный экстремум функции. Практические задачи на оптимизацию. Приложения производной к задачам геометрии и физики.

13. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

14. Формула Тейлора для произвольной функции с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение элементарных функций по формуле Тейлора и Маклорена. Формула Тейлора и ее приложения.

15. Вектор как абстракция физических понятий. Свободные векторы. Равенство, коллинеарность векторов. Угол между векторами. Линейные операции над векторами и их свойства. Условие коллинеарности векторов. Проекция вектора на ось. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

16. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, разложение векторов по базису в R1, R2, R3. Ортонормированный базис. Линейные операции над векторами в координатной форме. Переход от одного базиса к другому. Выражение модуля и направляющих косинусов вектора через его координаты. Координаты вектора по двум точкам. Скалярное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие ортогональности векторов. Приложения скалярного произведения.

17. Векторное произведение векторов, его свойства и выражение через координаты. Приложения векторного произведения. Смешанное произведение трех векторов, его свойства и выражение через координаты. Условие компланарности векторов.

18. Понятие об уравнении линии на плоскости. Прямая на плоскости как линия 1-го порядка. Уравнение прямой на плоскости по точке и нормальному вектору (направляющему вектору, угловому коэффициенту), по двум точкам, в «отрезках».

19. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Линии 2-го порядка на плоскости. Эллипс, гипербола, парабола.

20. Понятие уравнения поверхности в пространстве. Плоскость как поверхность 1-го порядка. Уравнение плоскости по точке инормальному вектору, в «отрезках», по трем точкам. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

21. Прямая в пространстве, как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой в пространстве по точке и направляющему вектору, по двум точкам. Взаимное расположение прямой и плоскости.

22. Поверхности 2-го порядка в пространстве. Эллипсоид, гиперболоиды, конус 2-го порядка, параболоиды, цилиндры 2-го порядка. Метод сечений.

23. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул. Простейшие приемы интегрирования. Метод подведения под знак дифференциала. Замена переменной.

24. Интегрирование по частям. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе. Интегрирование простейших дробей.

25. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций.

26. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Тригонометрические подстановки.

27. Задачи, приводящие к понятию определенных интегралов. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о производной интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.

28. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от ограниченных функций, основные свойства. Абсолютная и условная сходимости.

29. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длин дуг кривых. Приложение интегралов к вычислению объемов тел и площадей поверхностей вращения. Физические приложения определенного интеграла.

30. Понятие ФНП, область определения и график ФНП. Примеры графиков простейших функций двух переменных. Предел и непрерывность ФНП в точке. Частные приращения и полные приращения ФНП. Частные производные и их геометрический смысл. Дифференцируемость ФНП. Полный дифференциал ФНП, его применение в приближенных вычислениях. Дифференцирование сложных функций. Инвариантность формы первого дифференциала ФНП.

31. Производная от ФНП, заданной неявно. Производные и дифференциалы высших порядков. Производная по направлению. Градиент. Геометрические приложения ФНП. Экстремум ФНП. Условный экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значений ФНП в замкнутой области.

32. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: однородные и приводящие к однородным. Линейные уравнения, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах. Модели прикладных задач с применением дифференциальных уравнений.

33. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие общего и частного решений. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения, свойства их решений. Определитель Вронского. Условия линейной зависимости и независимости системы. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

34. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Системы дифференциальных уравнений. Решение систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

**2 семестр**

35. Определение двойного интеграла. Свойства и вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат; замена переменных. Двойной интеграл в полярной системе координат.

36. Определение тройного интеграла. Свойства и вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат; замена переменных. Тройной интеграл в цилиндрической и сферической системах координат. Приложения кратных интегралов: площадь поверхности, центр тяжести и момент инерции плоской пластины; объем, центр тяжести и момент инерции тела.

37. Определение криволинейного интеграла первого рода. Свойства и вычисление криволинейных интегралов первого рода, приложения. Определение криволинейного интеграла второго рода. Свойства и вычисление криволинейных интегралов второго рода. Формула Остроградского – Грина, приложения.

38. Определение поверхностного интеграла первого рода. Свойства и вычисление поверхностных интегралов первого рода, приложения. Определение поверхностного интеграла второго рода. Свойства и вычисление поверхностных интегралов второго рода.

39. Основные понятия векторного анализа. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция векторного поля. Теорема Остроградского-Гаусса.

40. Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля. Теорема Стокса. Операторы Гамильтона и Лапласа. Потенциальное и соленоидальное векторные поля.

41. Последовательность комплексных чисел. Кривые и области на комплексной плоскости. Понятие функций комплексной переменной. Предел и непрерывность функций комплексной переменной. Отображение областей. Производная функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Гармонические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

42. Преобразование Лапласа, оригинал и изображение. Теорема о существовании оригинала. Дифференцирование и интегрирование оригинала и изображения. Предельные соотношения для оригиналов и изображений. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операционными методами.

43. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Простейшие действия над ними. Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения. Признаки сходимости Д’Аламбера и Коши.

44. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции. Разложение по степеням *x*  функций  *ex*, *sin x*, *cos x* ,(1+*x*)*m*. Приложение рядов к приближенным вычислениям.

45. Ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. Разложение в тригонометрический ряд Фурье четных и нечетных функций, заданных на интервале (- *π*; *π*). Интеграл Фурье. Разложение в тригонометрический ряд функций, заданных на интервале (-*е*; *е*).

46. Решение простейших уравнений с частными производными. Уравнения математической физики. Формула Д’Аламбера для решения задачи Коши для волнового уравнения. Решение волнового уравнения и теплопроводности методом Фурье.

47. Введение. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события, их классификация, операции над событиями. Аксиомы теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Основные комбинаторные формулы. Геометрическое определение вероятности. Теоремы сложения вероятностей. Зависимые и независимые случайные события. Теоремы умножения вероятностей.

48. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Теорема о повторении опытов. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Определение и классификация случайных величин. Функция распределения случайной величины. Ряд распределения вероятностей. Плотность распределения случайной величины.

49. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение и их свойства. Начальные и центральные моменты. Мода, медиана, квантиль. Биномиальный, пуассоновский, геометрический, экспоненциальный, равномерный, нормальный законы распределения. Закон распределения монотонных и немонотонных функций случайного аргумента. Числовые характеристики функций случайного аргумента. Характеристическая функция.

50. Двумерные случайные величины. Функция распределения, матрица вероятностей и плотность распределения двумерных случайных величин. Условные законы распределения. Зависимые и независимые случайные величины. Начальные и центральные моменты. Корреляционный момент, коэффициент корреляции и их свойства. Условные числовые характеристики, регрессия. Закон больших чисел. Неравенство и теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.

51. Основные понятия математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Интегральный статистический ряд. Гистограмма. Точечные оценки числовых характеристик случайных величин. Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для вероятности, математического ожидания и дисперсии.

52. Статистическая проверка гипотез. Ошибки, допускаемые при проверке гипотез. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова. Точечные и интервальные оценки числовых характеристик двумерных случайных величин. Статистические критерии двумерных случайных величин. Проверка гипотезы об отсутствии корреляционной зависимости. Оценка регрессионных характеристик. Метод наименьших квадратов.