

УДК 528.063

## СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИММЕТРИЧНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ПРИ ИХ РАЗВИТИИ ОТ ОБЩЕГО К ЧАСТНОМУ И НАОБОРОТ

канд. техн. наук, доц. Г.Е. ГОЛОВАНЬ,  
Е.В. ГРИЩЕНКОВ, канд. техн. наук, доц. И.П. ШЕВЕЛЕВ  
(Полоцкий государственный университет)

Анализируются точностные характеристики положения пунктов в слабом месте геодезических сетей. Как правило, используется принцип построения «от общего к частному», с исходными пунктами не в центре сети, а на периферии. Показано, что качество построения таких геодезических сетей, определенное по числу обусловленности матрицы нормальных уравнений, хуже, чем у сплошных сетей с исходными пунктами в их центре. Экспериментально установлено, что масштабное изменение размеров геодезических сетей влияет только на величину ошибок положения пунктов при неизменном качестве построения сети. Доказано, что если при построении геодезических сетей на плоскости использовать наклонные дальности и углы наклона, то получим пространственную геодезическую сеть с лучшими точностными характеристиками и высоким качеством построения. По результатам исследований становится видно, что пространственные сети необходимо развивать по принципу «от частного к общему», располагая исходные пункты в центре сети.

В СССР и в других странах при развитии сплошных геодезических сетей триангуляции использовали принцип «от общего к частному». Это связано с необходимостью передачи системы координат на значительные расстояния и в короткий период. Сначала развивались сети 1 класса в виде полигонов, которые заполнялись сетями 2 и 3 классов. Этот принцип построения сетей перенесен на случай развития строительных сеток с исходными пунктами на внешних границах объекта. В статье выполнено сравнение точностных характеристик геодезических сетей при различных принципах их развития. Все расчеты выполнялись по двум программам OZENKA (для предрасчета точности геодезических сетей на плоскости) и OZVE – для пространственных сетей.

### 1. Оценка точности линейно-угловой геодезической сети триангуляции на плоскости

Для предрасчета точности сетей используется программа OZENKA. Предельное количество пунктов геодезической сети – 200, из них 150 определяемых. Исходной информацией служат связи геодезических измерений и координаты всех пунктов, вычисленные по другой программе или снятые с карты или схемы с необходимой точностью. Программа оценивает ошибки положения пунктов (среднюю квадратическую ошибку стороны и дирекционного угла) для наиболее слабого места сети.

Воспользуемся этой программой для анализа точности геодезической сети, содержащей 88 определяемых пунктов и 3 исходных пункта (рисунок).

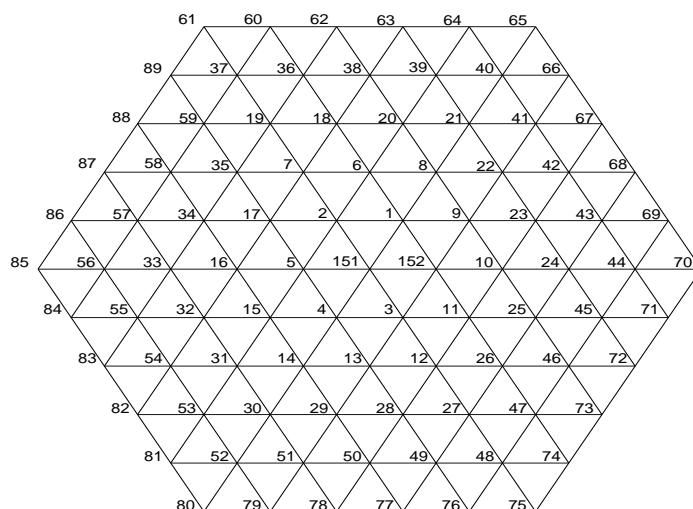


Схема сети

Из рисунка видно, что сеть содержит 5 колец. Будем наращивать кольца сети по принципу «от общего к частному» (начиная с внешнего кольца сети и заканчивая внутренним кольцом). При таком наращивании положение исходных пунктов будет на внешнем пятом кольце (номера исходных пунктов – 60, 61, 62). Затем геодезическую сеть будем оценивать «от частного к общему» с начальным первым кольцом в центре сети и с исходными пунктами 152, 1, 2, расположенными в центре сети.

Цель исследований – проанализировать закономерность изменения числа обусловленности  $C$  и ошибки планового положения  $M$  при различных методиках наращивания геодезической сети [1, 2].

Ошибка положения пунктов вычисляется по формуле:

$$M = \sigma_0 \sqrt{Q_{xx} + Q_{yy}}, \quad (1)$$

где  $\sigma_0$  – стандарт единицы веса;  $Q_{xx}$  и  $Q_{yy}$  – диагональные элементы матрицы обратных весов.

$$Q = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1}, \quad (2)$$

где  $A$  – матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок;  $P_i = \sigma_0^2 / \sigma_i^2$  – элементы диагональной матрицы весов.

Также вычисляется число обусловленности:

$$C = \|A^T \cdot P \cdot A\| \cdot \|Q\|, \quad (3)$$

где  $\|Q\|$  – евклидова норма матрицы  $Q$ , вычисляемая как корень квадратный из суммы квадратов всех ее элементов.

В таблицах 1 и 2 приведены результаты оценки точности для сети, показанной на рисунке, развитой по принципу «от общего к частному», и наоборот, при  $S_{cp} = 1000$  м:  $\sigma\beta = 1''$ ,  $\sigma\delta = 0,005$  м;  $K$  – количество определяемых пунктов наращиваемой сети;  $C$  – вычисляется по формуле (3);  $M$  – из выражения (1) для пунктов, номера которых указаны в таблице.

Таблица 1

Результаты оценки точности сети на плоскости, развитой по принципу «от общего к частному»

№ кольца	K	C	Номер пункта	$M_{max}$ , м
5	51	$7,6 \cdot 10^4$	75	0,027
4	69	$7,2 \cdot 10^4$	75	0,021
3	81	$6,9 \cdot 10^4$	75	0,019
2	87	$7,0 \cdot 10^4$	75	0,018
1	88	$7,1 \cdot 10^4$	75	0,018

Таблица 2

Результаты оценки точности сети на плоскости, развитой по принципу «от частного к общему»

№ кольца	K	C	Номер пункта	$M_{max}$ , м
1	4	32,5	4	0,004
2	16	274	14	0,005
3	34	$0,13 \cdot 10^4$	33	0,006
4	58	$0,45 \cdot 10^4$	56	0,008
5	88	$1,24 \cdot 10^4$	85	0,009

По данным таблицы 1 можно сделать следующие выводы:

1. Число обусловленности  $C$ , характеризующее качество построения сети, при наращивании сети практически не изменяется.
2. Остается постоянным номер пункта для слабого места положения в сети.
3. Величина  $M_{max}$  с возрастанием количества пунктов симметричной геодезической сети изменяется незначительно, что и следовало ожидать при развитии геодезического построения по принципу «от общего к частному».

По данным таблицы 2 можно сделать следующие выводы:

1. Число обусловленности  $C$  нестабильно, но по своей величине, меньше чем в таблице 1, следовательно, качество сети, развитой «от частного к общему», лучше, чем качество сети, развитой по принципу от «от общего к частному». То обстоятельство, что при  $K = 88$  величина  $C$  в двух таблицах разная, является верным, так как сначала исходные пункты расположены на внешнем кольце, а во втором случае исходные пункты находятся в центре сети.
2. Пункты, характеризующие  $M_{max}$ , изменяют свое положение при наращивании колец.
3. Анализируя ошибки  $M_{max}$ , приходим к выводу, что ее величина практически не изменяется. Следовательно, геодезическая сеть, развитая «от частного к общему», квазиравноточная и в три раза точнее сети, развитой в обратном направлении.

В таблицах 3, 4 приведены результаты вычислений для геодезических сетей на плоскости, развитых «от общего к частному», и наоборот, (см. рисунок) при  $S_{cp} = 100$  м,  $\sigma\beta = 1''$ ,  $\sigma S = 0,001$  м.

Таблица 3

Результаты оценки точности сети на плоскости, развитой по принципу «от частного к общему»

№ кольца	К	С	Номер пункта	$M_{max}$ , м
5	51	$8,1 \cdot 10^4$	75	0,003
4	69	$8,1 \cdot 10^4$	75	0,003
3	81	$8,2 \cdot 10^4$	75	0,002
2	87	$8,4 \cdot 10^4$	75	0,002
1	88	$8,5 \cdot 10^4$	75	0,002

Таблица 4

Результаты оценки точности сети на плоскости, развитой по принципу «от частного к общему»

№ кольца	К	С	Номер пункта	$M_{max}$ , м
1	4	39,2	4	0,001
2	16	350	14	0,001
3	34	$0,16 \cdot 10^4$	30	0,001
4	58	$0,49 \cdot 10^4$	56	0,001
5	88	$1,29 \cdot 10^4$	85	0,001

Сравнивая данные таблицы 1 (2) с величинами таблиц 3 (4), приходим к выводу, что при изменении длин сторон в 10 раз число обусловленности  $C$  не изменяется, а  $M_{max}$  уменьшается также в 10 раз. Следовательно, выводы, сделанные выше для таблиц 1 (2), идентичны и для таблиц 3 (4).

## 2. Оценка точности пространственной линейно-угловой сети триангуляции

Для предрасчета точности геодезических сетей в пространстве будем использовать программу OZVE. Нарращивание сети в пространстве будет происходить по тому же принципу, что и на плоскости. Точностные характеристики измерений при наращивании сети (см. рисунок) будут такими же, как и в сети на плоскости с добавлением стандарта для вертикального угла  $\sigma v = 2''$ . Исходные пункты при наращивании сети «от общего к частному» расположены на внешнем кольце (60, 61, 62). При наращивании сети по принципу «от частного к общему» исходные пункты будут находиться внутри сети (152, 1, 2).

В таблицах 5 и 6 приведены результаты оценки точности для сети, показанной на рисунке, развитой по принципу «от общего к частному», и наоборот, при  $S_{cp} = 1000$  м:  $\sigma\beta = 1''$ ,  $\sigma S = 0,005$  м,  $\sigma v = 2''$ .

Таблица 5

Результаты оценки точности сети на плоскости, развитой по принципу «от частного к общему»

№ кольца	К	С	Номер пункта	$M_{max}$ , м
5	51	$0,21 \cdot 10^4$	85	0,009
4	69	$0,18 \cdot 10^4$	85	0,008
3	81	$0,18 \cdot 10^4$	85	0,008
2	87	$0,18 \cdot 10^4$	85	0,008
1	88	$0,18 \cdot 10^4$	85	0,008

Таблица 6

Результаты оценки точности сети на плоскости, развитой по принципу «от частного к общему»

№ кольца	К	С	Номер пункта	$M_{max}$ , м
1	4	54,8	4	0,007
2	16	$0,04 \cdot 10^4$	14	0,008
3	34	$0,09 \cdot 10^4$	33	0,009
4	58	$0,14 \cdot 10^4$	37	0,011
5	88	$0,19 \cdot 10^4$	61	0,011

По данным таблицы 5 можно сделать следующие выводы:

1. Число обусловленности  $C$ , характеризующее качество построения сети, при наращивании пространственной сети практически не изменяется, как и в случае сети на плоскости.
2. Остается постоянным номер пункта для слабого места положения в сети.
3. Величина  $M_{max}$  с возрастанием количества пунктов симметричной геодезической сети изменяется незначительно.

По данным таблицы 6 можно сделать следующие выводы:

1. Число обусловленности  $C$  нестабильно.
2. Пункты, характеризующие  $M_{max}$ , изменяют свое положение при наращивании колец незначительно.
3. Анализируя ошибки  $M_{max}$ , приходим к выводу, что ее величина практически не изменяется. В сравнении с таблицей 5 пространственная сеть, развитая по обоим принципам, схожа по величинам ошибки положения.

В таблицах 7, 8 приведены результаты вычислений для геодезических сетей в пространстве, развитых «от общего к частному», и наоборот, (рисунок) при  $S_{cp} = 100$  м,  $\sigma\beta = 1''$ ,  $\sigma S = 0,001$  м,  $\sigma v = 2''$ .

Таблица 7

Результаты оценки точности сети на плоскости, развитой по принципу «от частного к общему»

№ кольца	К	С	Номер пункта	$M_{max}$ , м
5	51	$0,27 \cdot 10^4$	85	0,001
4	69	$0,24 \cdot 10^4$	85	0,001
3	81	$0,24 \cdot 10^4$	85	0,001
2	85	$0,23 \cdot 10^4$	85	0,001
1	88	$0,22 \cdot 10^4$	85	0,001

Таблица 8

Результаты оценки точности сети на плоскости, развитой по принципу «от частного к общему»

№ кольца	К	С	Номер пункта	$M_{max}$ , м
1	4	84,7	4	0,001
2	16	558	14	0,001
3	34	$0,12 \cdot 10^4$	30	0,001
4	58	$0,18 \cdot 10^4$	37	0,001
5	88	$0,24 \cdot 10^4$	61	0,001

Сравнивая данные таблицы 5 (6) с величинами таблиц 7 (8) приходим к выводу, что при изменении длин сторон в 10 раз число обусловленности  $C$  не изменяется, а  $M_{max}$  в пространственных сетях уменьшается также в 10 раз. Следовательно, выводы, сделанные выше для таблиц 5 (6), идентичны и для таблиц 7 (8).

В заключение отметим:

1. Ошибки положения пунктов в сплошных пространственных геодезических сетях в три раза меньше, чем в соответствующих сетях на плоскости, при развитии сетей по принципу «от общего к частному».
2. Качество построения сетей лучше при их развитии «от частного к общему» и на плоскости, и в пространстве, т.е. на строительных площадках рекомендуется использовать сети, развитые именно по этому принципу. Как показали исследования, пространственные геодезические сети с исходными пунктами, расположенными в центре сети, являются самыми надежными и качественными.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Головань, Г.Е. Выбор метода уравнивания при решении геодезических засечек на плоскости / Г.Е. Головань, Е.В. Грищенко, Н.Н. Крейда // Геодезия, картография и геоинформационные системы: труды междунар. науч.-техн. конф. – Новополюк: ПГУ, 2009. – С. 198 – 202.
2. Мицкевич, В.И. Об оценке точности определения площадей строгими параметрическим и корреляционным способами / В.И. Мицкевич, П.Ф. Парадня, А.В. Строк // Геодезия, картография и геоинформационные системы: труды междунар. науч.-техн. конф. – Новополюк: ПГУ, 2009. – С. 117 – 121.

Поступила 26.10.2010

#### COMPARISON OF PRECISION CHARACTERISTICS OF SYMMETRICAL GEODETIC NETWORKS APPLYING THEIR DESIGNING FROM GENERAL TO DETAILED AND VICE VERSA

G. GOLOVAN, E. GRISHCHENKOV, I. SHEVELEV

*Precision characteristic of points location in the blind site of geodetic networks are analyzed. As a rule the principle of designing "from the general to detailed" with initial points at the peripheries, not in the centre of the network is applied. It is shown that quality of designing of such geodetic networks defined based on condition number of matrix of normal equation is worse than the quality of uniform networks with the initial points in the centre. It is experimentally determined that scaling of geodetic networks effect only on magnitude of errors of points location if the quality of network designing is the same. If to use oblique distances and inclination when designing geodetic networks on plane we obtain space geodetic network with better precision characteristics and high quality of designing. The results of research show that spatial networks must be designed based on the principle "from detailed to general" locating initial points in the centre.*