

Часть 1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

1.1 Температурное поле

Аналитическое исследование теплопроводности сводится к изучению пространственно-временного изменения температуры, т.е. к нахождению уравнения

$$t = f(x, y, z, t) \quad (1.1)$$

Ур-е (1.1) представляет математическое выражение температурного поля. Т.о., температурное поле есть совокупность значений температуры во всех точках изучаемого пространства для каждого момента времени.

Различают *стационарное* и *нестационарное* температурные поля. Ур-е (1.1) является записью общего вида, когда температура изменяется с течением времени, от одной точки к другой (*нестационарное темп. поле*).

Если тепловой режим является установившимся, то температура в каждой точке поля с течением времени остается неизменной и *температурное поле называется стационарным*:

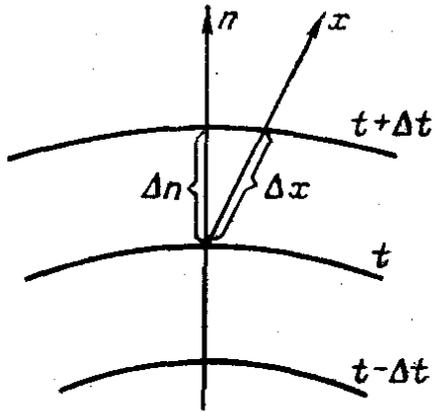
$$t = f_1(x, y, z); \quad \frac{\partial t}{\partial t} = 0 \quad (1.2)$$

Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля

$$t = f(x); \quad \frac{\partial t}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0 \quad (1.3)$$

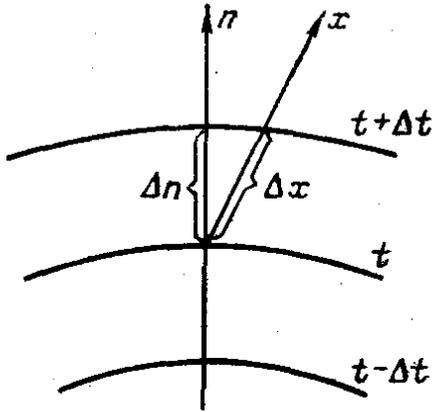
1.2 Температурный градиент

Если соединить точки тела, имеющие одинаковую температуру, получим поверхность равных температур, называемую *изотермической*.



Изотермической поверхностью называется г.м.т. в температурном поле, имеющих одинаковую температуру.

Изотермические поверхности не пересекаются, не обрываются внутри тела, оканчиваются на поверхности, либо целиком располагаются внутри самого тела.



Наибольший перепад температуры на единицу длины происходит в направлении нормали к изотермической поверхности

$$\frac{\Delta t}{\Delta n} > \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

Возрастание температуры в направлении нормали к изотермической поверхности характеризуется *градиентом температуры*.

Градиент температуры – вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный производной от температуры по этому направлению

$$\text{grad}t = \mathbf{n}_0 \frac{\partial t}{\partial n}$$

где \mathbf{n}_0 – вектор, нормальный к изотермической поверхности и направленный в сторону возрастания температуры;

$\partial t / \partial n$ – производная температуры по нормали n .

Величина $\partial t / \partial n$ в направлении убывания температуры отрицательна

Проекции вектора $gradt$ на координатные оси Ox , Oy , Oz будут равны

$$(gradt)_x = \frac{\partial t}{\partial n} \cos(\hat{n}, \hat{x}) = \frac{\partial t}{\partial x};$$

$$(gradt)_y = \frac{\partial t}{\partial n} \cos(\hat{n}, \hat{y}) = \frac{\partial t}{\partial y};$$

$$(gradt)_z = \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, z) = \frac{\partial t}{\partial z}.$$

1.3 Тепловой поток. Закон Фурье

Согласно гипотезе Фурье количество теплоты dQ_t , Дж, проходящее через элемент изотермической поверхности dF за промежуток времени dt , пропорционально температурному градиенту $\partial t / \partial n$

$$dQ_t = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF dt$$

Коэффициент пропорциональности λ есть физический параметр вещества. Он характеризует способность вещества проводить теплоту и называется *коэффициентом теплопроводности*.

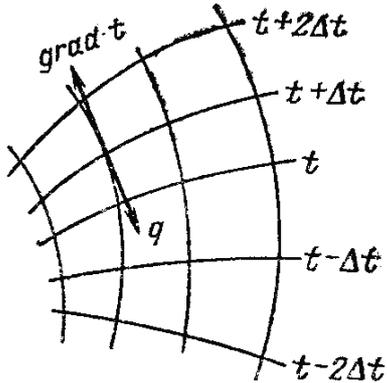
Количество теплоты, проходящее в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности q , Вт/м², называется *плотностью теплового потока*:

$$\mathbf{q} = -n_0 l \frac{\partial t}{\partial n}$$

Вектор плотности теплового потока \mathbf{q} направлен по нормали к изотермической поверхности. Его положительное направление совпадает с направлением убывания температуры, т.к. теплота всегда передается от более горячих частей тела к холодным.

Т.о., векторы \mathbf{q} и $grad t$ лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны.

Линии теплового потока ортогональны к изотермическим поверхностям.



Скалярная величина вектора плотности теплового потока q , Вт/м², будет равна

$$q = -l \frac{\partial t}{\partial n}$$

Основной закон теплопроводности:
плотность теплового потока пропорциональна градиенту температуры.

Если такой поток спроектировать на координатные оси Ox , Oy , Oz , то получим

$$q_x = -l \frac{\partial t}{\partial x}; \quad q_y = -l \frac{\partial t}{\partial y}; \quad q_z = -l \frac{\partial t}{\partial z}$$

Количество теплоты, проходящее в единицу времени через изотермическую поверхность F , называется *тепловым потоком* Q .

$$Q = \int_F q dF = - \int_F l \frac{\partial t}{\partial n} dF$$

1.4 Коэффициент теплопроводности

Как было сказано, коэффициент теплопроводности является физическим параметром вещества.

В общем случае коэффициент теплопроводности зависит от температуры, давления и рода вещества;

Коэффициент теплопроводности определяется экспериментальными методами – измерением теплового потока и градиента температур в заданном веществе.

Коэффициент теплопроводности λ , Вт/(м·К):

$$\lambda = \frac{|\mathbf{q}|}{|\text{grad}t|}$$

Из уравнения следует, что коэффициент теплопроводности численно равен количеству теплоты, которое проходит в единицу времени через единицу изотермической поверхности при температурном градиенте, равном единице.

λ газов: с изменением давления почти не меняется (длина свободного пробега молекул остаётся практически неизменной), с увеличением температуры λ увеличивается.

λ жидкостей: с увеличением давления – увеличивается, с увеличением температуры – растёт, и достигая максимума, – уменьшается.

λ твёрдых тел: у чистых металлов с увеличением температуры – уменьшается, у сплавов – увеличивается.