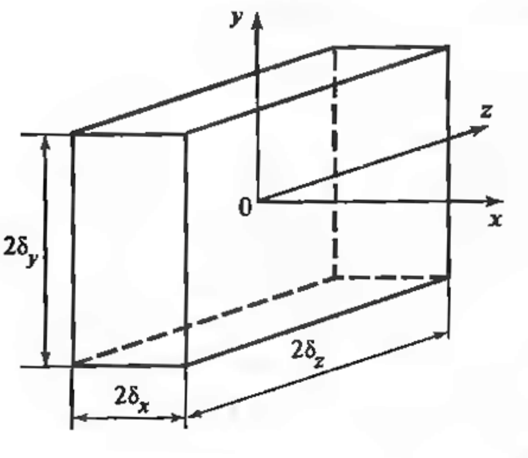
Охлаждение (нагревание) тел, имеющих форму параллелепипеда или цилиндра конечной длины

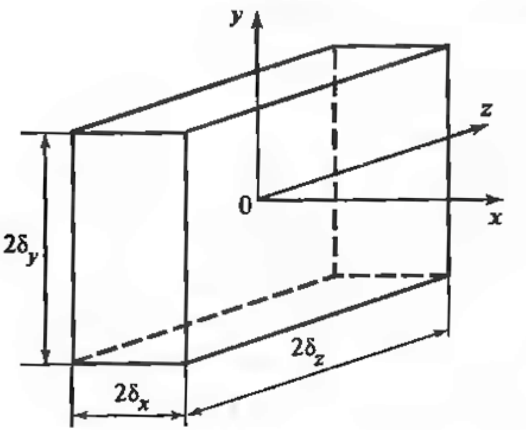
Цель: найти температуру в произвольной точке М (ее координаты x y, z) параллелепипеда в произвольный момент времени.



Сначала рассматривают безграничную пластину толщиной $2d_x$. Вычисляют $\mathrm{Bi}_x = \frac{a d_x}{l}$ и $\mathrm{Fo}_x = \frac{at}{d_x^2}$. Принимают $X = \frac{x}{d_x}$, где x – координата заданной точки М, и при полученных значениях Bi_x и Fo_x находят безразмерную температуру Θ_x в этой точк по формулам, приведенным ранее.

Затем рассматривают безграничную пластину толщиной $2d_y$.

Вычисляют $\mathrm{Bi}_y = \frac{a d_y}{l}$ и $\mathrm{Fo}_y = \frac{at}{d_y^2}$. Принимают $Y = \frac{y}{d_x}$. Аналогично



предыдущему случаю находят Θ_y.

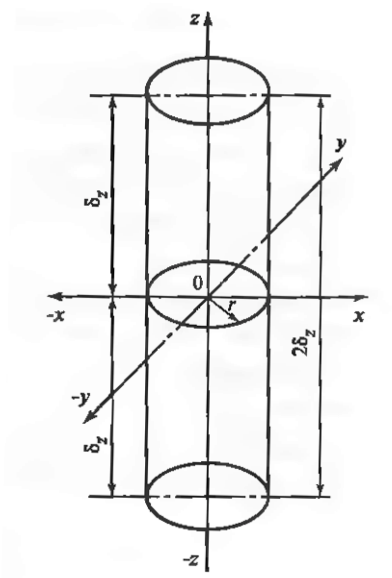
Наконец, рассматривают безграничную пластину толщиной $2d_z$. Вычисляют $\mathrm{Bi}_z = \frac{a d_z}{l}$ и $\mathrm{Fo}_z = \frac{at}{d_z^2}$. Принимают $Z = \frac{z}{d_z}$.

Затем вычисляют Θ_z.

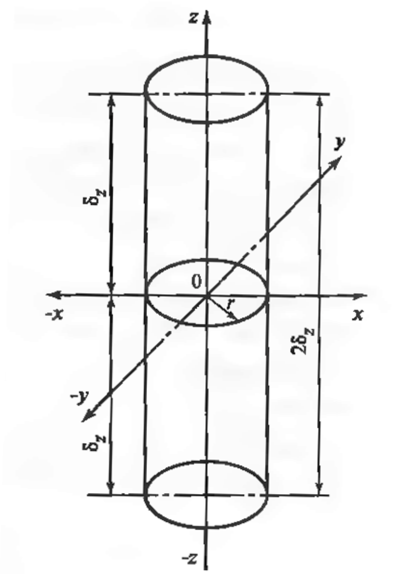
Искомую безразмерную температуру Θ в точке М находят как произведение $\Theta = \Theta_x \Theta_y \Theta_z$. Температура, имеющая размерность, определяется по формуле

$$t(x, y, z, t) = t_{ж} + \Theta(t_0 - t_{ж})$$

где t_0 — температура параллелепипеда в начальный момент времени; $t_{ж}$ — температура жидкости, в которой происходит процесс охлаждения или нагревания.



Если тело имеет форму цилиндра конечной длины, то сначала рассматривают безграничную пластину толщиной $2d_z$ ($2d_z = l$ — длина цилиндра), вычисляют $\mathrm{Bi}_z = \frac{a d_z}{l}$ и $\mathrm{Fo}_z = \frac{at}{d_z^2}$. Полагают $Z = \frac{z}{d_z}$, где z — координата заданной точки, и вычисляют Θ_z по формулам, приведенным ранее.



Затем рассматривают бесконечно длинный цилиндр радиусом r_0, вычисляют $\mathrm{Bi}_r = \dfrac{a\,r_0}{l}$ и $\mathrm{Fo}_r = \dfrac{at}{r_0^2}$. Полагают $R = \dfrac{r}{r_0}$ и вычисляют Θ_r. Искомую безразмерную температуру Θ в данной точке в данный момент времени находят как произведение $\Theta = \Theta_z \Theta_r$.

Размерную температуру $t\left(r, z, t\right)$ определяют так же, как и в случае параллелепипеда.