

## ГЕОДЕЗИЯ

УДК 528.063

### СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАВНОТОЧНЫХ НИВЕЛИРНЫХ СЕТЕЙ, УРАВНЕННЫХ ПО МЕТОДУ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ И МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫМИ МЕТОДАМИ

*А.Ю. БУДО, д-р техн. наук, проф. В.И. МИЦКЕВИЧ, Д.В. УСОВ, О.О. УСОВА  
(Полоцкий государственный университет)*

*Показано, что после уравнивания равноточной нивелирной сети методами многокритериальной оптимизации точность высотного положения в слабом месте сети останется близкой и независимой от номера варианта при генерации ошибок измерений. Это установлено по 10 вариантам выборок, полученных датчиком псевдослучайных чисел при заданном стандарте измерений. Обработка равноточных нивелирных сетей по программному комплексу «Россия – Беларусь» показала, что точность высотного положения сети в слабом месте после многокритериального уравнивания по программе BUDO.exe оказалась меньше исходного стандарта измерений в 3 раза. Однако многокритериальное уравнивание преобразует равноточную нивелирную сеть в квазиравноточное построение. Делается вывод о целесообразности применения равноточных нивелирных сетей при геодезических работах на уникальных инженерных сооружениях, например, на атомных электростанциях.*

**Введение.** Программный комплекс «Россия – Беларусь» разработан в период июнь – сентябрь 2012 года для решения произвольных систем линейных уравнений на персональных компьютерах. Столь короткий промежуток времени для создания комплекса объясняется большой предшествующей подготовительной научно-исследовательской работой (2001 – 2010 гг.). Помог также опыт программирования, приобретенный В.И. Мицкевичем в период 1976 – 1981 годов при создании «Комплексной программы по математической обработке геодезических сетей», внедренной начиная с 1979 года во всех предприятиях Главного управления геодезии и картографии при Совете Министров СССР.

Отличительными особенностями нового программного комплекса «Россия – Беларусь» по сравнению с другими известными программами по решению систем линейных параметрических уравнений (Matlab и Excel) являются:

- 1) возможность решения любых систем уравнений (даже вырожденных) с оценкой точности конечных результатов [1];
- 2) решение систем с целью подстраховки пятью различными независимыми программами [2];
- 3) использование при решении вырожденных или обычных систем уравнений одних и тех же программ с выработкой предупреждающего сигнала в случае некорректности задачи [3];
- 4) осуществление многокритериального уравнивания ведётся тремя разными программами [4];
- 5) предусмотрена многокритериальная оптимизация при обобщенном уравнивании с использованием полной корреляционной матрицы [5];
- 6) поиск грубых ошибок в информации об измерениях из решения переопределенных систем линейных параметрических уравнений.

Основное преимущество программного комплекса – многократное повышение точности конечных результатов по сравнению с методом наименьших квадратов (МНК) при небольшом дополнительном увеличении времени вычислений [6].

Экспериментально установлено, что программы многокритериального решения систем уравнений дают лучшие по сравнению с МНК результаты с повышением точности решения в 2 – 3 раза.

Рассмотрим, насколько эффективен программный комплекс «Россия – Беларусь» при уравнивании равноточных нивелирных геодезических сетей.

**Основная часть.** Равноточные нивелирные сети, разработанные в Полоцком государственном университете в 2009 году, отвечают следующим четырём требованиям к их построению:

- они должны быть замкнутыми;
- стандарты превышений – одинаковыми;
- исходные пункты отсутствуют;
- количество примыкающих к пунктам превышений – неизменно на всех пунктах нивелирного построения.

Если такие сети уравнивать по методу наименьших квадратов, ошибки высотного положения на пунктах сети будут одинаковыми, и при равном количестве реперов и превышений точность сети в 1,1 – 1,3 раза будет выше по сравнению с неравноточной сетью.

Применим многокритериальное уравнивание для оценки точности следующих равноточных и неравноточных нивелирных сетей [7; 8].

**Пример 1**

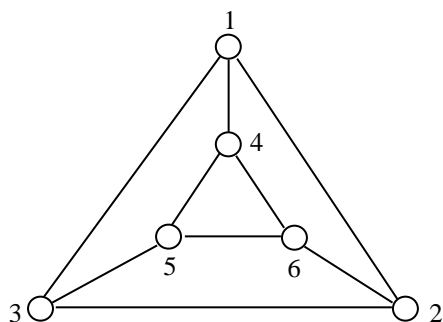


Рис. 1. Равноточная сеть

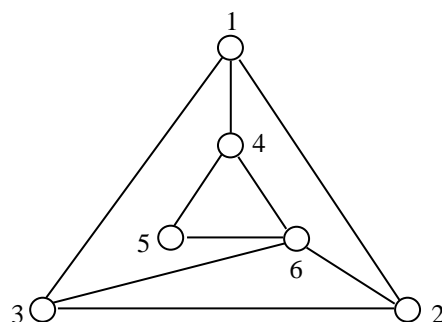


Рис. 2. Неравноточная сеть

**Пример 2**

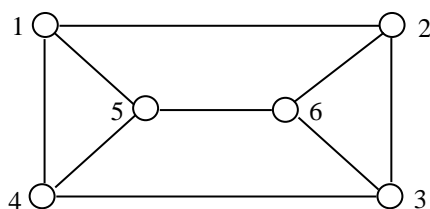


Рис. 3. Равноточная сеть

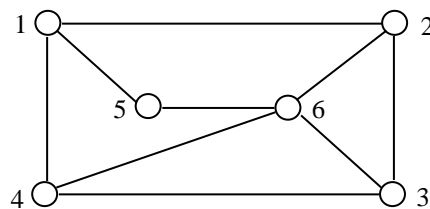


Рис. 4. Неравноточная сеть

**Пример 3**

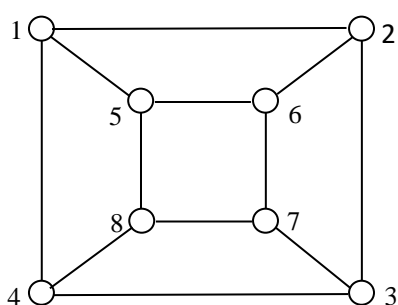


Рис. 5. Равноточная сеть

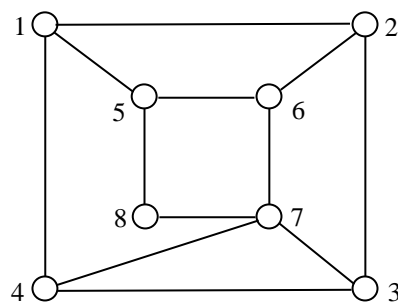


Рис. 6. Неравноточная сеть

Матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок для трёх примеров равноточных нивелирных сетей

**Пример 1**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

## Пример 2

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

## Пример 3

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Таблица 1

Результаты уравнивания измерений, сгенерированных по программе PROVOROV, с дальнейшим использованием программ GAUSS1, TIXONOV2 и BUDO [2] для примера 1 при  $\sigma = 5$  мм

Номер варианта генерации ошибок измерений	Программа GAUSS1		TIXONOV2	BUDO
	равноточная сеть	неравноточная сеть	равноточная сеть	равноточная сеть
	M, мм	max M, мм	max M, мм	max M, мм
1	2	3	4	5
1	2,5	2,6	2,5	1,7
2	4,2	4,3	4,4	1,8
3	2,1	2,2	2,1	0,6
4	3,4	3,5	3,5	1,3
5	3,4	3,4	3,6	1,7
6	1,6	1,2	1,7	0,9
7	3,6	3,7	3,7	1,3
8	2,6	2,8	2,7	1,3
9	4,0	4,2	4,1	1,6
10	2,2	2,4	2,3	1,4

Таблица 2

Результаты уравнивания измерений, сгенерированных по программе PROVOROV, с дальнейшим использованием программ GAUSS1, TIXONOV2 и BUDO для примера 2 при  $\sigma = 5$  мм

Номер варианта генерации ошибок измерений	Программа GAUSS1		TIXONOV2	BUDO
	равноточная сеть	неравноточная сеть	равноточная сеть	равноточная сеть
	М, мм	max М, мм	max М, мм	max М, мм
1	2	3	4	5
1	2,5	3,0	2,6	1,4
2	2,6	3,3	2,7	1,6
3	1,5	1,9	1,6	0,6
4	2,6	2,9	2,6	1,1
5	3,4	4,2	3,6	1,4
6	1,1	1,0	1,1	0,8
7	3,7	4,4	3,8	1,3
8	2,1	2,6	2,2	1,1
9	3,2	2,8	3,3	1,4
10	1,6	1,8	1,6	1,2

Таблица 3

Результаты уравнивания измерений, сгенерированных по программе PROVOROV, с дальнейшим использованием программ GAUSS1, TIXONOV2 и BUDO для примера 3 при  $\sigma = 5$  мм

Номер варианта генерации ошибок измерений	Программа GAUSS1		TIXONOV2	BUDO
	равноточная сеть	неравноточная сеть	равноточная сеть	равноточная сеть
	М, мм	max М, мм	max М, мм	max М, мм
1	2	3	4	5
1	2,6	3,2	2,7	1,7
2	2,2	2,3	2,2	1,8
3	2,1	2,5	2,2	0,7
4	3,1	4,0	3,1	1,4
5	3,4	3,9	3,4	1,5
6	2,3	2,7	2,3	0,9
7	3,8	4,6	3,9	1,2
8	2,3	2,3	2,3	1,2
9	2,8	3,4	2,8	1,5
10	2,3	2,8	2,3	1,2

По результатам вычислений можно сделать следующие **выводы**:

- 1) по ошибкам высотного положения пунктов нивелирования (см. числа в колонках 2, 3 таблиц 1 – 3) видно, что равноточные сети, как правило, в 1,2 раза точнее неравноточных;
- 2) сравнивая колонки 2 и 5 во всех трёх таблицах, определяем, что многокритериальный метод, реализованный в программе BUDO.exe, гарантированно приводит к значительному повышению точности результатов, в отличие от МНК;
- 3) даже при малом количестве измерений многокритериальный метод в 1,5 – 3,0 раза эффективнее МНК (см. колонки 4 и 5 в трёх таблицах) в каждом из 10 вариантов эксперимента;
- 4) результаты диссертационной работы [9] могли быть использованы в атомной энергетике, создавая надёжные и точные нивелирные сети для мониторинга за осадками инженерных сооружений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сырова, Н.С. Оценка точности нуль-свободных геодезических сетей различными способами / Н.С. Сырова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2012. – № 8. – С. 122 – 125.

2. Решение примера академика А.Н. Тихонова по обработке нивелирных сетей по программному комплексу «Россия – Беларусь» методом исключения строк из матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок / В.И. Мицкевич [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия F. Строительство. Прикладные науки. – 2012. – № 16. – С. 126 – 131.
3. Мицкевич, В.И. Обработка антирядов измерений одной величины при разных значениях количества неизвестных и разных характеристиках точности измерений с помощью программного комплекса «Россия – Беларусь» / В.И. Мицкевич [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия F. Строительство. Прикладные науки. – 2012. – № 16. – С. 109 – 113.
4. Субботенко, П.В. Развитие многокритериального способа уравнивания / П.В. Субботенко // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия F. Строительство. Прикладные науки. – 2009. – № 12. – С. 90 – 94.
5. Будо, А.Ю. О применении обобщенных нетрадиционных методов уравнивания / А.Ю. Будо // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия F. Строительство. Прикладные науки. – 2009. – № 12. – С. 136 – 141.
6. Мицкевич, В.И. Альтернативные методы проектирования и уравнивания геодезических сетей / В.И. Мицкевич, А.Ю. Будо, Е.В. Грищенко. – Новополоцк: ПГУ, 2008. – 280 с.
7. Усов, Д.В. Методика построения равноточных нуль-свободных нивелирных и спутниковых геодезических сетей / Д.В. Усов, О.О. Усова // Земля Беларуси. – 2009. – № 1. – С. 38 – 40.
8. Усов, Д.В. Равноточные геодезические нивелирные сети и их применение на геодезическом производстве / Д.В. Усов // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия F. Строительство. Прикладные науки. – 2012. – № 8. – С. 126 – 128.
9. Усов, Д.В. Повышение эффективности математической обработки результатов геодезического мониторинга осадок уникальных инженерных сооружений: автореф. дис. ... канд. техн. наук. / Д.В. Усов. – Новополоцк, 2010. – 20 с.

Поступила 14.11.2013

**COMPARISON OF THE ACCURACY CHARACTERISTICS  
OF THE UNIFORMLY PRECISE LEVELLING GRID EQUALIZED  
BY THE METHOD OF THE LEAST SQUARES AND MULTICRITERIA METHODS**

**A. BUDO, V. MITSKEVICH, D. USOV, O. USOVA**

*It is shown that after adjustment of the uniformly precise leveling grid by the methods of multicriteria optimization the accuracy of altitude position in a weak place in the network remains close and independent of the version number when generating measurement errors. This conclusion is based on 10 options samples obtained with pseudorandom numbers sensor with a given standard of measurement. Processing of the uniformly precise leveling networks with the software complex "Russia – Belarus" has shown that the accuracy of the altitude position in a weak network after multicriteria adjustment under the software BUDO.exe was 3 times smaller than the original standard measurement. However multicriteria adjustment converts uniformly precise leveling network into quazi-uniformly precise formation. The conclusion about the appropriateness of uniformly precise geodetic leveling networks at work at a number of engineering structures, such as nuclear power plants.*