

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

УДК 622.232

О ФОРМИРОВАНИИ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ПРОФИЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ CO_2 ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ВЫДЫХАЕМОГО ВОЗДУХА ЧЕРЕЗ КИСЛОРОДСОДЕРЖАЩИЙ ПРОДУКТ РЕГЕНЕРАТИВНОГО ПАТРОНА

д-р техн. наук, доц. С.Г. ЕХИЛЕВСКИЙ, канд. техн. наук, доц. С.М. ТКАЧЕВ
(Полоцкий государственный университет)

Теоретически исследована проблема формирования квазистационарного профиля концентрации CO_2 при фильтрации выдыхаемого воздуха через кислородсодержащий продукт регенеративного патрона дыхательного аппарата на химически связанном кислороде. Формирование такого профиля завершается в момент протекания первой порции воздуха через регенеративный патрон или, иными словами, в момент появления проскока CO_2 . После чего начинается очень медленный (эволюционный) рост концентрации CO_2 в регенерируемом воздухе, связанный с постепенным исчерпанием поглощительного ресурса патрона. Описывающие эту эволюцию уравнения в частных производных не учитывают предварительное (возникшее до формирования квазистационарного профиля) «загрязнение» кислородсодержащего продукта. Показано, что в существующих аппаратах это вполне допустимо. Получена зависимость концентрации CO_2 от координаты в начальный момент упомянутой эволюции.

Рассмотрим плоско-параллельное течение воздуха через кислородсодержащий продукт. Если объемный расход воздуха Q фиксирован, средняя (по сечению воздушного канала) скорость фильтрации v не зависит от координаты x , растущей в направлении течения:

$$v = Q/S_1, \quad (1)$$

где S_1 – площадь поперечного сечения воздушного канала. Гранулы продукта малы по сравнению с геометрическими размерами регенеративного патрона, поэтому флуктуационной зависимостью S_1 от x можно пренебречь, что и обеспечивает постоянство v .

Содержание CO_2 в протекающем воздухе задается объемной концентрацией молекул $W(x, t)$, где t – время. В результате хемосорбции за промежутки dt на участке от x до $x + dx$ остается

$$dN = [W(x, t) - W(x + dx, t)]v \cdot S_1 dt \quad (2)$$

молекул CO_2 . Они накапливаются как в самом воздушном канале:

$$dN_1 = [W(x, t + dt) - W(x, t)]S_1 dx, \quad (3)$$

так и расходуются на изменение химического состава гранул кислородсодержащего продукта:

$$dN_2 = [U(x, t + dt) - U(x, t)]S_2 dx, \quad (4)$$

где $U(x, t)$ – объемная концентрация связанного углерода; S_2 – средняя (по длине воздушного канала) площадь поперечного сечения его «стенок».

Заменив фигурирующие в (2) – (4) разности функций их дифференциалами, условие сохранения атомов углерода ($dN = dN_1 + dN_2$) запишем в виде:

$$-vW'_x = (W + \alpha U)'_t, \quad (5)$$

где $\alpha = S_2/S_1$ и определяется плотностью упаковки гранул.

Дополним (5) уравнением кинетики сорбции:

$$U'_t = \beta(W - \gamma U), \quad (6)$$

в котором β и γ – феноменологические постоянные, характеризующие скорость и ресурс реакции. Действительно, при $t = \infty$ (в состоянии сорбционного равновесия) $U'_t = 0$, регенерации больше нет $W(x, \infty) = W_0$ и

согласно (6) γ^{-1} показывает, во сколько раз концентрация углерода в связанном состоянии выше, чем в газообразном, т.е. при удачном выборе сорбента $\gamma \approx 10^{-3} \dots 10^{-4}$.

Изложенное означает, что U в данном месте работающего слоя сорбента растет по крайней мере в тысячу раз быстрее, чем W . Исключение составляет начальный промежуток времени, в течение которого первые порции «грязного» воздуха попросту вдуваются в регенеративный патрон, скачком меняя концентрацию CO_2 в воздушном канале. По мере продвижения этих порций к концу патрона в нем формируется квазистационарное распределение W . То есть начальный промежуток времени заканчивается в момент

$$t_{\text{кв}} = L/v, \quad (7)$$

где L – длина воздушного канала¹.

Дальнейший рост концентрации CO_2 в регенерируемом воздухе носит очень медленный (эволюционный) характер и связан с постепенным истощением огромного поглотительного ресурса патрона. По этой причине для времен $t \geq t_{\text{кв}}$ первым слагаемым в правой части (5) можно пренебречь:

$$-vW'_x \approx \alpha U'_x; \quad t \geq t_{\text{кв}}. \quad (8)$$

При этом «неучтенными» за все последующее время работы аппарата оказываются молекулы CO_2 , содержащиеся в одной неполной порции неочищенного воздуха, помещающегося в регенеративном патроне.

Практический интерес представляют устройства с малыми габаритами и длительным сроком защитного действия, что обеспечивается большой «емкостью» сорбента. По этой причине в существующих аппаратах к моменту протекания первого выдоха через патрон ресурс лобового, а значит и всех остальных слоев сорбента далеко не исчерпан $U(x, t_{\text{кв}}) \ll \gamma^{-1} W(x, t_{\text{кв}})$, что позволяет опустить в (6) второе слагаемое при получении квазистационарного распределения $W(x, t)$ в момент его формирования:

$$U'_x(x, t_{\text{кв}}) \approx \beta W(x, t_{\text{кв}}). \quad (9)$$

При этом неучтенной оказывается одна порция связанного CO_2 (поступившая в патрон первой).

Из (8), (9) следует уравнение:

$$-vW'_x(x, t_{\text{кв}}) = \alpha\beta W(x, t_{\text{кв}}). \quad (10)$$

Вместе с граничным условием

$$W(0, t) = W_0 \quad (11)$$

оно определяет зависимость W от координаты к моменту формирования квазистационарного распределения концентрации

$$W(x, t_{\text{кв}}) = W_0 e^{-\xi(x)}, \quad (12)$$

где W_0 – постоянное значение W в поступающем в патрон воздухе, а

$$\xi(x) = \alpha\beta x/v = \alpha S_1 x\beta/Q = S_2 x\beta/Q \quad (13)$$

является обезразмеренной координатой, обобщенно учитывающей химический состав, структуру и режим работы поглощающего слоя. Очевидно, что

$$\xi(L) = \eta = S_2 L\beta/Q = w_2\beta/Q = \varepsilon w\beta/Q$$

есть обезразмеренная длина патрона, в которой w_2 – суммарный объем гранул кислородсодержащего продукта. С объемом регенеративного патрона w он связан соотношением $w_2 = \varepsilon w$, в котором ε – плотность упаковки гранул. Если все гранулы примерно одного размера, $\varepsilon \approx 0,6$ и близко к плотности упаковки одинаковых шариков [1], при этом $\alpha = \varepsilon/(1 - \varepsilon) = 1,5$. В существующих аппаратах $\eta = 10 \dots 50$, в чем можно убедиться, непосредственно измерив степень регенерации первых выдохов [2].

¹ Заметим, что L , вообще говоря, превышает соответствующий геометрический размер патрона, так как «частицы» воздуха преодолевают в кислородсодержащем продукте своего рода лабиринт.

Чтобы рассматривать эволюцию W после $t = t_{kc}$, пренебрегать вторым слагаемым в правой части (6) нельзя, иначе квазистационарный профиль (12) останется стационарным. Уравнение (6) является линейным относительно U и позволяет в общем виде выразить плотность связанного углерода через W :

$$U(x, t) = e^{-\tau(t)} \cdot \gamma^{-1} \int_0^{\tau(t)} e^{\tau} W(x, \tau/\beta\gamma) d\tau, \quad (14)$$

где $\tau(t)$ – обезразмеренное время, введенное согласно

$$\tau(t) = \beta\gamma t. \quad (15)$$

При получении (14) использовано условие:

$$U(x, 0) = 0, \quad (16)$$

означающее, что в начале работы патрона сорбент не загрязнен.

Разделим для $t > t_{kc}$ промежуток интегрирования в (14) на две части:

$$\gamma U(x, t) e^{\tau(t)} = \int_0^{\tau_{\text{ан}}} e^{\tau} W(x, \tau/\beta\gamma) d\tau + \int_{\tau_{\text{ан}}}^{\tau(t)} e^{\tau} W(x, \tau/\beta\gamma) d\tau. \quad (17)$$

Согласно (15) и приведенным выше оценкам в существующих аппаратах

$$\tau_{kc} \equiv \tau(t_{kc}) = \gamma\eta/\alpha \approx 10^{-2} \dots 10^{-3}, \quad (18)$$

что позволяет убедиться в справедливости приближения (9):

$$\gamma U(x, t_{kc}) = e^{-\tau_{kc}} \int_0^{\tau_{kc}} e^{\tau} W(x, \tau/\beta\gamma) d\tau \approx \tau_{kc} \bar{W}(x) \ll W(x, t_{kc}), \quad (19)$$

где $\bar{W}(x)$ – среднее значение концентрации CO_2 в точке x за время t_{kc} . Заметим, что с течением времени $W(x, t)$ возрастает. Поэтому $\bar{W}(x) < W(x, t_{kc})$. То есть сравниваемые в (19) величины отличаются на 2...3 порядка.

Чтобы найденная для $t \geq t_{kc}$ функция $W(x, t)$ удовлетворяла «начальному» условию (12), при подстановке γU в (6) следует опустить первое слагаемое в (17):

$$\frac{1}{\beta} U'_t(x, t) = W(x, t) - e^{-\tau(t)} \int_{\tau_{kc}}^{\tau(t)} e^{\tau} W(\xi, \tau/\beta\gamma) d\tau, \quad t \geq t_{kc}. \quad (20)$$

Выполним в (20) интегрирование по частям и при подстановке нижнего предела используем (12):

$$U'_t(x, t) = \beta e^{-\tau} \left[e^{\tau_{kc}} \cdot e^{-\xi} W_0 + \int_{\tau_{kc}}^{\tau(t)} e^{\tau} d_{\tau} W(x, \tau/\beta\gamma) \right], \quad t > t_{kc}. \quad (21)$$

Подставив (21) в (8), получим уравнение для определения приведенной концентрации CO_2 в регенерируемом воздухе:

$$-\omega'_{\xi} = e^{-\tau} \left[e^{\tau_{kc}} \cdot e^{-\xi} + \int_{\tau_{kc}}^{\tau} e^{\tau} d_{\tau} \omega \right], \quad \tau > \tau_{kc}, \quad (22)$$

где

$$\omega(\xi(x), \tau(t)) = W(x, t)/W_0 \quad (23)$$

есть приведенная концентрация CO_2 в регенерируемом воздухе. При этом U , накопленную после t_{kc} (см. (17)), следует вычислять по формуле:

$$U(x, t) = (W_0/\gamma) u(\xi(x), \tau(t)), \quad (24)$$

где

$$u(\xi, \tau) = e^{-\tau} \int_{\tau_{кс}}^{\tau} e^{\tau} \omega(\xi, \tau) d\tau, \quad \tau > \tau_{кс} \quad (25)$$

является приведенной концентрацией углерода, связанного после $\tau_{кс}$.

Если $\tau_{кс}$, которое можно трактовать как момент появления проскока, принять за начало отсчета времени, то получим:

$$-\omega'_{\xi}(\xi, \tau) = e^{-\tau} \left[e^{-\xi} + \int_0^{\tau} e^{\tau} d_{\tau} \omega(\xi, \tau) \right], \quad \tau > 0, \quad (26)$$

$$u(\xi, \tau) = e^{-\tau} \int_0^{\tau} e^{\tau} \omega(\xi, \tau) d\tau, \quad (27)$$

Точное решение (26), записанное в виде двойных рядов по степеням времени и координаты, имеет вид:

$$\omega(\xi, \tau) = e^{-\xi} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^n}{n!} \left(1 - e^{-\tau} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^k}{k!} \right) \right]. \quad (28)$$

С помощью (27) нетрудно убедиться, что $\omega(0, \tau) = \omega(\xi, \infty) = 1$, как это и должно быть. Последнее равенство означает, что при больших временах, когда защитный ресурс кислородсодержащего продукта полностью исчерпан, регенерация воздуха не происходит, и весь углекислый газ проскакивает через регенеративный патрон.

Физиология дыхания такова, что в выдыхаемом человеком воздухе содержится около 4 % углекислого газа. Отравление начинается, если на вдох поступает более чем 1,5 % смесь CO_2 . То есть критическим является условие:

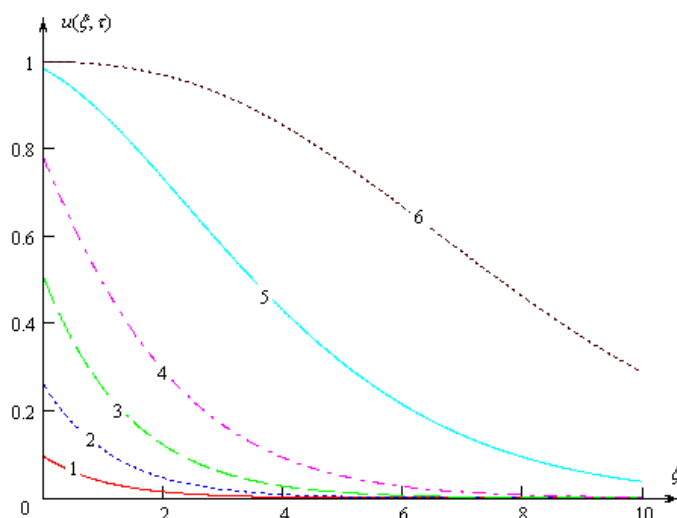
$$\omega(\eta, \tau_{кр}) = 1,5 / 4 = 0,375, \quad (29)$$

по достижении которого нормальная жизнедеятельность становится невозможной. В этом смысле $\tau_{кр}$ следует трактовать как обезразмеренный теоретический срок защитного действия патрона данной длины.

Будучи подставленным в (27), решение (28) дает приближенное распределение связанного углерода в регенеративном патроне дыхательного аппарата на химически связанном кислороде:

$$u(\xi, \tau) = e^{-\xi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^n}{n!} \left(1 - e^{-\tau} \sum_{k=0}^n \frac{\tau^k}{k!} \right). \quad (30)$$

В графической форме зависимость (30) проиллюстрирована рисунком.



Распределение связанного углерода в регенеративном патроне дыхательного аппарата на химически связанном кислороде:
1 – $\tau = 0,1$; 2 – $\tau = 0,3$; 3 – $\tau = 0,7$; 4 – $\tau = 1,5$; 5 – $\tau = 4$; 6 – $\tau = 8,1$

Видно, что вначале преимущественно используются лобовые слои кислородсодержащего продукта. И лишь по мере исчерпания их защитного ресурса процесс регенерации выдыхаемого воздуха постепенно смещается вглубь патрона. Кривая 1 (см. рисунок) отвечает моменту 10 % отработки лобового слоя, а кривая 6 – теоретическому сроку защитного действия патрона с $\eta = 10$.

Суть приближения (8), сделанного для получения (26), (27), такова, что после установления квазистационарного распределения ω проскок растет медленнее, чем предписывает теория, а загрязненность продукта – быстрее². Однако закон сохранения атомов углерода в рамках модели при этом выполняется.

Чтобы убедиться в последнем, запишем (8) в безразмерном и приведенном виде (см. (13), (15), (23), (24)):

$$-\omega'_\xi = u'_\tau. \quad (31)$$

В справедливости (31) можно убедиться и непосредственно с помощью (26), (27), приняв во внимание следующее:

$$\omega(\xi, 0) = e^{-\xi}; \quad (32)$$

$$\omega(0, \tau) = 1; \quad (33)$$

$$u(\xi, 0) = 0. \quad (34)$$

Напомним, что в (34) не учитываются молекулы CO_2 , поглощенные до формирования квазистационарного профиля концентрации.

Вычислим от обеих частей равенства (31) двойные интегралы:

$$-\int_0^\tau d\tau \int_0^\xi \omega'_\xi d\xi = -\int_0^\tau [\omega(\xi, \tau) - \omega(0, \tau)] d\tau = \int_0^\tau [1 - \omega(\xi, \tau)] d\tau; \quad (35)$$

$$\int_0^\xi d\xi \int_0^\tau u'_\tau d\tau = \int_0^\xi [u(\xi, \tau) - u(\xi, 0)] d\xi = \int_0^\xi u(\xi, \tau) d\xi. \quad (36)$$

Иными словами, что к моменту τ не проскочило через слой длиной ξ , то в нем к этому моменту и застряло.

До формирования квазистационарного профиля W проскок равен нулю, так как первая порция регенерируемого воздуха еще не дотекла до выхода из патрона. Поэтому весь поступивший в патрон CO_2 (в количестве $W_0 S_1 L$ молекул) расходуется на формирование квазистационарного профиля концентрации:

$$W_0 S_1 \int_0^L e^{-\xi(x)} dx = \frac{\nu}{\alpha\beta} S_1 W_0 (1 - e^{-\eta}) \approx \frac{\nu}{\alpha\beta} S_1 W_0,$$

и на предварительное ($t \leq t_{kc}$) загрязнение патрона:

$$S_2 \frac{W_0}{\gamma} \int_0^L u(x, t_{kc}) dx = W_0 S_1 L - \frac{\nu}{\alpha\beta} S_1 W_0 = W_0 S_1 L \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) \approx W_0 S_1 L.$$

То есть благодаря экспоненциальному спаду концентрации, практически весь CO_2 , поступившей в длинный патрон ($\eta \gg 1$) до формирования квазистационарного профиля W , расходуется на первоначальное загрязнение продукта:

$$LS_2 \bar{U}(t_{kc}) = LS_1 W_0.$$

Отсюда

$$\bar{u}(t_{kc}) = \frac{\gamma}{W_0} \bar{U}(t_{kc}) = \gamma \frac{S_1}{S_2} \approx 10^{-4} \dots 10^{-3}. \quad (37)$$

² Относительная погрешность при этом порядка γ .

Основной вклад в $\bar{U}(t_{kc})$ дают лобовые слои ($\xi \ll 1$), где согласно (12) максимален концентрационный напор. В них $u(x, t_{kc}) \approx \bar{u}(t_{kc}) \cdot \eta \approx 10^{-3} \dots 10^{-2}$, что согласуется с ранее приведенными оценками. Соответствующая кривая расположится по крайней мере в десять раз ниже первой, представленной на рисунке. Значит, после исчерпания 10 % ресурса лобовых слоев формулу (27) можно использовать для приближенного вычисления загрязненности сорбента. А для времен, сопоставимых со сроком защитного действия патрона ($u \approx 1$), такое описание становится практически точным (см. рисунок, кривая б).

Заключение. В работе теоретически исследована проблема формирования квазистационарного профиля концентрации CO_2 при фильтрации выдыхаемого воздуха через кислородсодержащий продукт регенеративного патрона дыхательного аппарата на химически связанном кислороде. Показано, что формирование такого профиля завершается в момент протекания первой порции воздуха через регенеративный патрон или, иными словами, в момент появления проскока CO_2 . После чего начинается очень медленный (эволюционный) рост концентрации CO_2 в регенерируемом воздухе, связанный с постепенным исчерпанием поглотительного ресурса патрона. Описывающие эту эволюцию уравнения в частных производных не учитывают предварительное (возникшее до формирования квазистационарного профиля) «загрязнение» кислородсодержащего продукта. Согласно выполненным оценкам в существующих аппаратах это вполне допустимо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубинин, М.М. Физико-химические основы сорбционной техники / М.М. Дубинин. – М.-Л.: Госуд. химико-техн. изд-во, 1932. – 381 с.
2. Пак, В.В. Значения феноменологических параметров модели хемосорбции в регенеративных патронах шахтных респираторов / В.В. Пак, С.Г. Ехилевский, Э.Г. Ильинский // Изв. вузов. Горный журнал. – 1998. – № 11 – 12. – С. 108 – 112.

Поступила 28.05.2008