где $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ — постоянные вещественные матрицы, соответственно $(n \times n)$, $(n \times 1)$ и $(1 \times n)$; $x(t)$, $\dot{x}(t)$ — n-мерные векторы переменных; $y(t)$ — скалярная переменная; $N[y(t)]$ — кусочно-линейная неоднозначная функция; $\psi(t) = \psi_m \sin(\omega t+\varphi)$ — внешнее воздействие на систему.

Пространство параметров системы определяется элементами матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, параметрами, характеризующими заданную нелинейность $N[y(t)]$, параметрами внешнего воздействия ψ_m, ω. Значение параметра внешнего воздействия φ из диапазона значений $-\pi/2 \leqslant \varphi \leqslant 3\pi/2$ задает начальное значение любого движения в системе на многолистной двусторонней фазовой плоскости.

Литература

1. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. *Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости.* 2-е изд., доп. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 448 с.

2. *Нелинейные системы автоматического управления. Точные методы исследования нелинейных систем автоматического управления: монография* / Под ред. Р. А. Нелепина; под общей ред. Е. П. Попова. М.: Машиностроение, 1971. 323 с.

3. Камачкин А. М., Шамберов В. Н. *Метод декомпозиции в многомерных нелинейных динамических системах* // Системный анализ и информационные технологии: Вестн. Воронежского гос. ун-та. 2012. № 1. С. 47–55.

4. Камачкин А. М., Согонов С. А., Шамберов В. Н. *Анализ вынужденных колебательных процессов в многосвязных нелинейных системах метом декомпозиции пространства параметров* // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ–2013): Сб. тр. VI междунар. конф. 10–16 сентября 2013 г., Воронеж: Воронежский гос. ун-т, 2013. С. 112–115.

РАВНОМЕРНАЯ СТАБИЛИЗИРУЕМОСТЬ И ГЛОБАЛЬНАЯ СКАЛЯРИЗУЕМОСТЬ ДВУМЕРНЫХ РАВНОМЕРНО ВПОЛНЕ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С ЛОКАЛЬНО ИНТЕГРИРУЕМЫМИ И ИНТЕГРАЛЬНО ОГРАНИЧЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А.А. Козлов, И.В. Инц

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь
kozlovaa@tut.by

Рассмотрим двумерную линейную нестационарную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^2, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad m \in \{1,2\}, \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

с локально интегрируемыми по Лебегу и интегрально ограниченными [1, с. 252] матрицами коэффициентов A и B. Выберем управление u в системе (1) по принципу линейной обратной связи $u = U(t)x$, где U — некоторая ограниченная и измеримая $(m \times n)$-матрица. Тогда получим однородную систему, коэффициенты которой также локально интегрируемы и интегрально ограничены.

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geqslant 0. \tag{2}$$

В работе будем считать, что система (1) обладает *свойством равномерной полной управляемости* [1, с. 95], т. е. существуют такие числа $\sigma > 0$ и $\gamma > 0$, что при любых $t_0 \geqslant 0$ и $x_0 \in \mathbb{R}^n$ на отрезке $[t_0, t_0+\sigma]$ найдется измеримое и ограниченное управление u, при всех $t \in [t_0, t_0+\sigma]$ удовлетворяющее неравенству $\|u(t)\| \leqslant \gamma\|x_0\|$ и переводящее вектор начального состояния $x(t_0) = x_0$ системы (1) в ноль на этом отрезке.

Определение 2 [1, с. 299]. Система (2) называется *равномерно стабилизируемой*, если для каждого $\alpha > 0$ найдется такое такое измеримое и ограниченное матричное управление $U = U(t)$, $t \geqslant 0$, размерности $m \times n$, что верхний показатель Боля $\overline{\beta}[x]$ [1, с. 62] всякого нетривиального решения $x_U = x_U(t)$ системы (2) этим управлением U удовлетворяет неравенству $\overline{\beta}[x] < -\alpha$.

Определение 3 [1, с. 326]. Будем говорить, что система (2) *глобально скляризуема*, если для произвольной наперед заданной локально интегрируемой и интегрально ограниченной на положительной полуоси скалярной функции $p = p(t)$, $t \geqslant 0$, существует такое измеримое и ограниченное матричное управление $U = U(t)$, $t \geqslant 0$, что система (2) с этим управлением *асимптотически эквивалентна* [1, с. 58] системе $\dot{z} = p(t)z$, $z \in \mathbb{R}^n$, $t \geqslant 0$.

Теорема. *Если система* (1) *с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, то:*

1) *верхний особый показатель П. Боля* [1, с. 61] *системы* (2) *пропорционально глобально управляем на множестве* $\{\mu \in \mathbb{R} : |\mu| \leqslant \mu_0\}$ *при каждом* $\mu_0 > 0$;

2) *система* (2) *равномерно стабилизируема;*

3) *система* (2) *глобально скаляризуема;*

4) *существует такое измеримое и ограниченное управление* $U = U(t)$, $t \in [0, +\infty)$, *что система* (2) *с этим управлением приводима к системе* $\dot{z} = 0$, $z \in \mathbb{R}^2$, $t \geqslant 0$;

5) *система* (2) *обладает свойством глобальной управляемости коэффициентов неправильности Ляпунова, Перрона и Гробмана* [1, с. 69]*;*

6) *система* (2) *обладает свойством глобальной управляемости правильности;*

7) *система* (2) *обладает свойством глобальной управляемости приводимости.*

Работа выполнялась в рамках проекта Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (№ Ф13М–055).

Литература

1. Макаров Е. К., Попова С. Н. *Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем.* Мн.: Беларус. навука, 2012. 407 с.

ЗАДАЧИ УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

В.В. Крахотко, Г.П. Размыслович

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
krakhotko,razmysl@bsu.by

Впервые четкую постановку проблемы управляемости и ее решение для линейных стационарных систем (непрерывных и дискретных) дал Р. Калман в 1960 г.

Этот результат был обобщен и перенесен на различные классы обыкновенных систем, в первую очередь, непрерывных. Наряду с управляемостью рассматривалась и проблема наблюдаемости.

Но математика, сделав спираль по непрерывным системам, возвратилась к тому, с чего начала — к дискретным системам, так как современные прикладные проблемы требуют разработки именно теории дискретных систем.

В настоящее время возрос интерес к сингулярным дискретным системам, которые часто встречаются на практике (экономика, теория электрических цепей и т.д.), т. е. к системам вида

$$A_0x(t+1) = A_1x(t) + A_2x(t-h) + B_1u(t) + B_2u(t-h), \quad y = Cx(t), \quad t \in N_0, \tag{1}$$