

с  $r$ -мерным управлением (входом)  $u(t)$ ,  $n$ -вектор-траекторией  $x(t)$  и  $m$ -мерным выходом

$$y(t) = Cx(t). \quad (2)$$

Здесь  $p = d/dt$  — оператор дифференцирования;  $D(\lambda)$  —  $n \times n$  — матрица, элементами которой являются целые функции комплексной переменной  $\lambda$ ;  $B$  и  $C$  — соответственно  $n \times r$  и  $m \times n$  — матрицы.

Система (1), (2) считается регулярной, если ее характеристическая функция  $d(\lambda) = \det D(\lambda)$  является ненулевой. В случае, когда  $d(\lambda) \equiv 0$  возникает задача регуляризируемости системы (1), (2) с помощью, например, обратной линейной связи по выходу (2).

Систему (1), (2) будем называть регуляризуемой с помощью обратной линейной связи по выходу (2), если найдется  $r \times m$  — матрица  $Q$  такая, что замыкание системы (1), (2) управлением  $u(t) = Qy(t)$  приводит к регулярной системе

$$(D(p) - BQC)x(t) = 0,$$

т. е. у которой характеристическая функция  $\delta(\lambda) = \det(D(\lambda) - BQC)$  является ненулевой.

На основании [1] доказывается следующая

**Теорема.** Если  $d(\lambda) \equiv 0$ , то для регуляризируемости системы (1) линейной обратной связью по выходу (2) достаточно, а в случае одного входа ( $r = 1$ ) или одного выхода ( $m = 1$ ) то и необходимо, чтобы существовало такое  $\lambda_0$ , что  $CF(\lambda_0)B \neq 0$ , где  $F(\lambda)$  — присоединенная (союзная) матрица [2] к матрице  $D(\lambda)$ .

#### Литература

1. Булатов В. И. Условия регуляризуемости общих линейных стационарных систем управления, допускающих операторную запись // Междунар. конф. «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация». Тез. докл. Минск, 1–5 октября 2013 г. С. 87–88.
2. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М: 1988.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА БАЗЕ МОДЕЛИ ЛОТКИ — ВОЛЬТЕРРА

В.С. Вакульчик<sup>1</sup>, А.В. Капусто<sup>2</sup>, А.А. Вакульчик<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь

<sup>2</sup> Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

kapusto@tut.by

Классическая модель Лотки — Вольтерра взаимодействия двух популяций, описывается системой уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = (a - by)x, \quad \frac{dy}{dt} = (-c + dx)y,$$

и широко применяется при моделировании различных ситуаций, которые можно трактовать как один из случаев модели «хищник — жертва». Авторы используют данную модель [1] как задачу прикладного содержания, приводящую к системе дифференциальных уравнений, при чтении соответствующего раздела для студентов технических специальностей.

Модель Лотки — Вольтерра имеет ряд модификаций в различных приложениях. Выделенный факт обуславливает актуальность и методическую целесообразность ее применения в учебно-познавательном процессе. Для инженерных специальностей отдельный интерес представляет построение на ее базе модели взаимодействия загрязнения с окружающей средой [2]. В процессе моделирования указанного взаимодействия роль жертвы отводится природе, а роль хищника — загрязнению. Основное предположение изучаемой модели состоит в том, что окружающая среда активно абсорбирует и перерабатывает загрязнение вплоть до некоторого предела. В докладе будут представлены три различных сценария взаимодействия системы: «окружающая среда — загрязнение»; уравнение, описывающее процесс развития загрязнения; основные положения и этапы построения системы дифференциальных уравнений, соответствующей заданной ситуации; рассмотрена модификация модели, учитывающей пороговую величину загрязнения.

Учитывая недостаток лекционного времени, отметим, что использование представленной модели в процессе изучения дифференциальных уравнений студентами технических специальностей следует ограничить только анализом взаимодействия «загрязнение — окружающая среда» и непосредственным построением системы уравнений. Кроме того, сама постановка задачи потенциально может дать направления для организации содержательной студенческой научно-исследовательской работы прикладного характера по моделированию различных видов загрязнения отдельных составляющих экосистемы.

#### Литература

1. Вакульчик В. С., Капусто А. В., Вакульчик А. А. *Применение модели Лотки-Вольтерра с целью формирования у студентов навыков составления математических моделей реальных процессов* // Тез. докл. XVI Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям «Еругинские чтения — 2013». Ч. 2. Гродно, 13–16 мая 2013 г. С. 88.
2. Братусь А. С., Новожилов А. С., Платонов А. П. *Динамические системы и модели биологии*. М.: Физматлит, 2010. 400 с.

## ДИДАКТИЧЕСКАЯ ОСНОВА И СТРУКТУРА УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА «СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ. Ч. 1»

В.С. Вакульчик, Ф.Ф. Яско, В.А. Жак, Т.И. Завистовская,  
А.П. Мателенок

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь

kyznetsova@tut.by

Дидактическую основу предлагаемого к обсуждению УМК составляют прикладная направленность, дифференцированный и деятельностный подходы к обучению математике, а также дидактические принципы научности, системности, целостности, доступности, развивающей деятельности. Данный учебно-методический комплекс (УМК) [1] является частью серии учебно-методических пособий, разрабатываемых кафедрой высшей математики УО «ПГУ» по курсу «Высшая математика» для студентов технических специальностей под руководством кандидата педагогических наук, доцента Вакульчик В.С. Теоретические и дидактические принципы разработки таких пособий изложены в ([2], [3]). В представляемом методическом пособии изложены теоретические основы трех разделов курса высшей математики: «Кратные интегралы»,