

УДК 621.91.01/02

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШЕРОХОВАТОСТИ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ДЕТАЛИ НА ВЫБОР СКОРОСТИ ПОДАЧИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ РЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА

д-р техн. наук, проф. Н.Н. ПОПОК;
И.П. КУНЦЕВИЧ; Р.С. ХМЕЛЬНИЦКИЙ; В.С. АНИСИМОВ
(Полоцкий государственный университет)

Рассматривается влияния шероховатости сферической поверхности детали на выбор скорости подачи вращающегося режущего инструмента. Сформулированы задачи исследования. Выполнено математическое моделирование изучаемого процесса. Приведены формулы для расчета установочных параметров инструмента и заготовки, а также скорости подачи инструмента в связи с шероховатостью обработанной сферической поверхности детали. Проанализированы результаты обработки образцов деталей при заданных значениях шероховатости и соответствующей подаче.

Ключевые слова: сферическая поверхность, обработка сферической поверхности, шероховатость, математическая модель, зависимость подачи от шероховатости поверхности.

Введение. В настоящее время широкое применение находят детали со сферическими поверхностями, например, в шаровых опорах автомобилей, шаровых кранах запорной арматуры, подпятниках погружных насосов, рукоятках переключения, декоративных изделиях и т.п. В зависимости от типоразмеров и количества этих деталей, требований точности используются различные методы обработки их сферических поверхностей: давлением – холодная высадка из трубной заготовки, штамповка с последующей сваркой, поперечно-клиновое прокатка; литьем; механической обработкой [1–3]. Применяемые способы механической обработки сферических поверхностей также разнообразны: фасонное точение, резание по копиру, обработка на станках с числовым программным управлением, внутреннее и охватывающее фрезерование и т.п. [4]. Одним из перспективных способов механической обработки является фрезерование внутренней или наружной сферической поверхности специальным инструментом на высокой скорости резания, обеспечивающим качество и точность, сопоставимую со шлифованием и исключающим недостатки последнего, связанные, например, с шаржированием обработанной поверхности зёрнами абразива, прижогами и т.д.

В связи с применением высоких скоростей резания требуется более детальный анализ кинематических и геометрических параметров охватывающего и внутреннего фрезерования как в статике, так и в динамике, поскольку эти параметры оказывают существенное влияние на производительность, точность и качество обработки.

Установочные параметры инструмента и заготовки. Схема охватывающего фрезерования сферической поверхности детали представлена на рисунке 1. По этой схеме режущий инструмент 1 совершает главное вращательное движение D_r , а заготовка 2 диаметром $D_{сф}$ – вращательное движение подачи D_s .

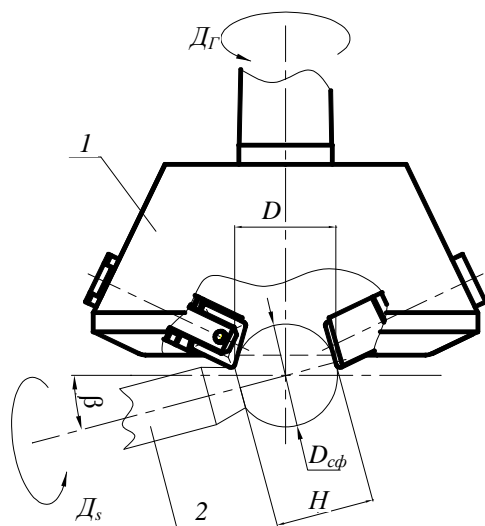


Рисунок 1 – Охватывающее фрезерование сферической поверхности детали

При этом режущие лезвия инструмента настраиваются на диаметр D , а заготовка 2 устанавливается относительно инструмента под углом к оси вращения β . Причем оси вращения заготовки и инструмента пересекаются в одной точке. Схема установки обеспечивает получение неполной сферической поверхности высотой H .

Процесс обработки сферической поверхности можно описать функцией, которая включает размеры заготовки и инструмента с закругленной вершиной лезвия, установочные параметры инструмента и заготовки, шероховатость поверхности как одну из основных характеристик качества обрабатываемой поверхности, частоты вращения заготовки и инструмента, то есть

$$F_i = f(D_{сф}, H, \beta, Rz, r, n_1, n_2, \tau), \quad (1)$$

где $D_{сф}$ – диаметр сферической поверхности детали, мм; H – высота сферической поверхности, мм; β – угол установки заготовки относительно инструмента, град; r – радиус закругления вершины лезвия, мм; Rz – шероховатость сферической поверхности, мкм; n_1 и n_2 – соответственно частота вращения инструмента и заготовки, мин⁻¹; τ – время, с.

На определенном этапе анализа параметры $D_{сф}, H, Rz, r, n_1$ будут считаться заданными, то есть постоянными величинами, время τ – переменная величина.

Рассмотрим проекцию заготовки на плоскость (рис. 2), если она расположена под некоторым углом к горизонтальной оси. Пусть β – угол наклона заготовки; L_1 – ось вращения заготовки; L_2 – горизонтальная ось; $AA_1 = D_{сф}$ – диаметр сферы; $AK = H$ – высота сферической поверхности.

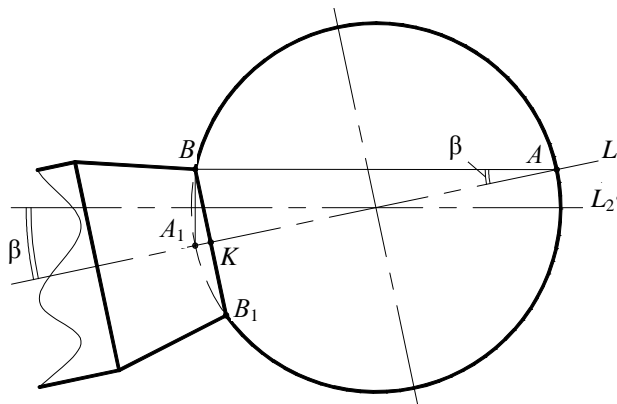


Рисунок 2 – Проекция заготовки на плоскость

Установим зависимость угла наклона заготовки (β) от диаметра сферической поверхности ($D_{сф}$) и высоты сферической поверхности (H).

1. Треугольник A_1BA – прямоугольный, так как опирается на диаметр окружности ($\angle A_1BA = 90^\circ$); $BK \perp AA_1$, следовательно, $BK^2 = A_1K \cdot KA$, где $KA = H$, $A_1K = A_1A - AK = D_{сф} - H$.

Тогда $BK^2 = H \cdot (D_{сф} - H)$.

2. Треугольник BKA – прямоугольный, следовательно, $BK^2 = BA^2 - KA^2$, или $BK^2 = BA^2 - H^2$.

3. Далее, $BA^2 - H^2 = H \cdot (D_{сф} - H)$, $BA^2 = H \cdot D_{сф} - H^2 + H^2$, $BA^2 = H \cdot D_{сф}$.

Значит, $BA = \sqrt{H \cdot D_{сф}}$.

4. Из треугольника BKA следует, что $\cos \beta = \frac{KA}{BA} = \frac{H}{\sqrt{H \cdot D_{сф}}} = \sqrt{\frac{H}{D_{сф}}}$.

Тогда
$$\beta = \arccos \left(\sqrt{\frac{H}{D_{сф}}} \right). \tag{2}$$

Итак, угол наклона заготовки β к горизонтальной оси находится по формуле (2). В зависимости от условий обработки сферической поверхности угол β будет принимать значение $0 \leq \beta \leq \arccos \left(\sqrt{\frac{H}{D_{сф}}} \right)$.

Скорость подачи инструмента и её связь с шероховатостью обработанной поверхности. Как известно, шероховатость – одна из характеристик качества обработанной поверхности. Подача инструмента выбирается исходя из заданной шероховатости.

Рассмотрим случай, когда сферическая поверхность обрабатывается резцом с закругленной вершиной лезвия. Установим зависимость подачи S_o инструмента от заданной шероховатости Rz и радиуса вершины лезвия инструмента r .

Если обрабатывается плоская поверхность, подача S_o инструмента находится по формуле [5]:

$$S_o \approx \sqrt{8rRz}. \tag{3}$$

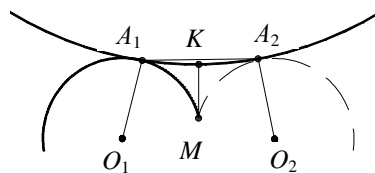


Рисунок 3 – Проекция инструмента и заготовки на плоскость

Установим зависимость $S_o = f(r, Rz)$ для сферических поверхностей. Пусть точка A_1 – точка касания вершины инструмента в начальном положении (рис. 3), а точка A_2 – точка касания вершины инструмента при передвижении инструмента на дуге $A_1A_2 = S_o$. Пусть O_1 и O_2 – центры вершины лезвия инструмента соответственно в начальном положении и при перемещении на S_o . Тогда $O_1A_1 = O_2A_2 = r$ (r – радиус вершины инструмента).

Пусть пересечение окружностей вершины инструмента есть точка M .

Перпендикуляр, опущенный из точки M на дугу A_1A_2 , есть отрезок MK . Причем $MK = Rz$ – шероховатость поверхности (высота микронеровностей).

Поскольку O_1A_1 и O_2A_2 проходят перпендикулярно к касательным в точки A_1 и A_2 к окружности, то O_1A_1 не параллельно O_2A_2 . В данном случае дуга A_1A_2 приблизительно равна отрезку A_1A_2 , то есть дугу можно заменить отрезком, а $MK = Rz$ можно считать перпендикуляром, опущенным на отрезок A_1A_2 .

Таким образом, задачу можно свести к решению геометрической задачи (рис. 4).

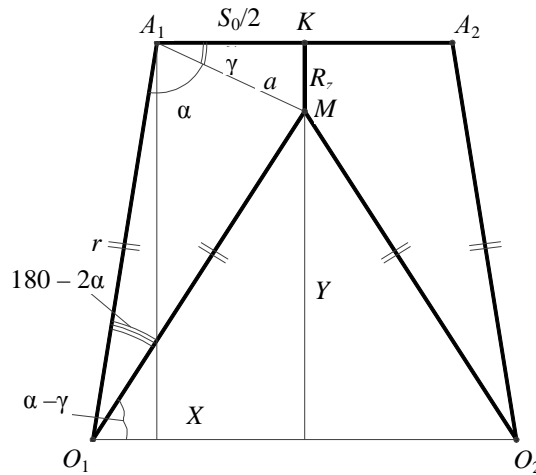


Рисунок 4 – Схема к геометрической задаче

Дано:

$O_1A_1 = O_1M = O_2M = O_2A_2 = r$, r – радиус вершины инструмента;

$MK = Rz$ – шероховатость поверхности.

Найти:

$A_1A_2 = S_o$ – подача инструмента.

Решение

Докажем, что рассматриваемая фигура $O_1A_1A_2O_2$ (см. рис. 4) является равнобедренной трапецией.

$KM \in KH$ – высота трапеции, причем точка K принадлежит середине A_1A_2 .

Для упрощения решения принимаем, что $A_1K = \frac{S_o}{2}$, то есть половине подачи инструмента.

Чтобы решить задачу, введем вспомогательные углы. Пусть $\angle MA_1K = \gamma$, а $\angle O_1A_1M = \alpha$. Кроме того, введем дополнительные переменные $A_1M = a$, $O_1H = X$, $HM = Y$.

Далее, из прямоугольного треугольника A_1KM имеем $\angle A_1MK = 90^\circ - \gamma$; из равнобедренного треугольника O_1A_1M – $\angle A_1MO_1 = \alpha$, следовательно, $\angle A_1O_1M = 180^\circ - 2\alpha$;

$$\angle MO_1H = 180^\circ - (\angle KA_1M + \angle MA_1O_1) - \angle A_1O_1M = 180^\circ - \gamma - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha - \gamma.$$

Теперь установим ряд зависимостей между данными и вспомогательными величинами.

1. Из треугольника прямоугольного A_1KM имеем

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{Rz}{\frac{S_o}{2}} = \frac{2Rz}{S_o} \quad \text{или} \quad \sin \gamma = \frac{Rz}{a} = \frac{Rz}{\sqrt{\frac{S_o^2}{4} + Rz^2}} = \frac{2Rz}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}, \quad \text{или} \quad \cos \gamma = \frac{\frac{S_o}{2}}{a} = \frac{S_o}{2\sqrt{\frac{S_o^2}{4} + Rz^2}} = \frac{S_o}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}.$$

Воспользуемся одной из записей тригонометрических функций угла γ :

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2Rz}{S_o}, \quad \sin \gamma = \frac{2Rz}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}, \quad \cos \gamma = \frac{S_o}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}.$$

2. Из равнобедренного треугольника A_1O_1M по теореме косинусов получаем:

$$a^2 = r^2 + r^2 - 2r^2 \cos(180^\circ - 2\alpha),$$

$$a^2 = 2r^2 + 2r^2 \cos 2\alpha,$$

$$a^2 = 2r^2(1 + \cos 2\alpha),$$

$$a^2 = 2r^2(1 + 2\cos^2 \alpha - 1),$$

$$a^2 = 4r^2 \cos^2 \alpha \Rightarrow a = \pm 2r \cos \alpha,$$

$$\alpha - \text{острый угол} \Rightarrow a = 2r \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{a}{2r},$$

или

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{\frac{S_o^2}{4} + Rz^2}}{2r} = \frac{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}{4r}.$$

Итак

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}{4r}. \quad (4)$$

3. Из прямоугольного треугольника O_1MH получаем:

$$X^2 + Y^2 = r^2, \quad (5)$$

$$X = r \cos(\alpha - \gamma), \quad (6)$$

$$Y = r \sin(\alpha - \gamma). \quad (7)$$

4. Из прямоугольного треугольника $O_1H_1A_1$ имеем:

$$\left(X - \frac{S_o}{2}\right)^2 + (Rz + Y)^2 = r^2,$$

$$X - \frac{S_o}{2} = r \cos(180^\circ - (\alpha + \gamma)), \quad (8)$$

$$X - \frac{S_o}{2} = -r \cos(\alpha + \gamma) \Rightarrow -X + \frac{S_o}{2} = r \cos(\alpha + \gamma),$$

$$Rz + Y = r \sin(180^\circ - (\alpha + \gamma)) \Rightarrow Rz + Y = r \sin(\alpha + \gamma).$$

Далее возьмем за основу равенство (8) и преобразуем его:

$$\left(X - \frac{S_o}{2}\right)^2 + (Rz + Y)^2 = r^2,$$

$$X^2 - 2X \frac{S_o}{2} + \frac{S_o^2}{4} + Rz^2 + 2RzY + Y^2 = r^2.$$

Подставляя формулу (5), имеем:

$$r^2 - XS_o + \frac{S_o^2}{4} + Rz^2 + 2RzY = r^2,$$

$$\frac{S_o^2}{4} - XS_o + Rz^2 + 2RzY = 0.$$

Заменяем X и Y выражениями (6) и (7) и получаем следующую формулу:

$$\frac{S_o^2}{4} - S_o r \cos(\alpha - \gamma) + Rz^2 + 2Rz \cdot r \sin(\alpha - \gamma) = 0. \quad (9)$$

Воспользуемся тригонометрическими формулами и преобразуем $\cos(\alpha - \gamma)$ и $\sin(\alpha - \gamma)$:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \gamma) &= \cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma = \frac{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}{4r} \cdot \frac{S_o}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} + \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \cdot \frac{2Rz}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} = \\ &= \frac{S_o}{4r} + \sqrt{1 - \frac{S_o^2 + 4Rz^2}{16r^2}} \cdot \frac{2Rz}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} = \frac{S_o}{4r} + \frac{\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{4r} \cdot \frac{2Rz}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} = \frac{S_o}{4r} + \frac{Rz\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{2r\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha - \gamma) &= \sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma = \frac{\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{4r} \cdot \frac{S_o}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} - \frac{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}{4r} \cdot \frac{2Rz}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} = \\ &= \frac{S_o\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{4r\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} - \frac{Rz}{2r}. \end{aligned}$$

Тогда
$$\frac{S_o^2}{4} - S_o r \left(\frac{S_o}{4r} + \frac{Rz\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{2r\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} \right) + Rz^2 + 2Rzr \left(\frac{S_o\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{4r\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} - \frac{Rz}{2r} \right) = 0,$$

или
$$\frac{S_o^2}{4} - \frac{S_o^2}{4} - \frac{RzS_o\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{2\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} + Rz^2 + \frac{RzS_o\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{2\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} - Rz^2 = 0,$$

или $0 = 0$.

Таким образом, можно сделать вывод, что все полученные формулы взаимосвязаны, и это обстоятельство не позволяет установить зависимость подачи инструмента S_o от радиуса вершины инструмента r и шероховатости поверхности Rz . Кроме величин радиуса вершины r инструмента, шероховатости поверхности Rz добавим радиус сферы R_{cf} заготовки. Тогда задача примет следующую формулировку:

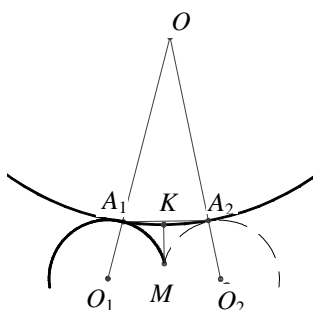
установить зависимость подачи S_o инструмента от заданной шероховатости поверхности Rz , радиуса вершины инструмента r и радиуса сферической поверхности R_{cf} (D_{cf} – диаметр сферической поверхности), то есть $S_o = f(Rz, r, R_{cf})$.

Примем, что инструмент устанавливается перпендикулярно сферической поверхности заготовки, то есть радиус при вершине лезвия инструмента и радиус сферы заготовки лежат на одной прямой.

Воспользуемся рисунком 3. Добавив некоторые данные, получим рисунок 5.

Пусть $O_1A_1 = O_2A_2 = r$, где r – радиус вершины инструмента, $MK = Rz$ – шероховатость обработанной поверхности, A_1A_2 – подача инструмента, $OA_1 = OA_2 = R_{cf}$ – радиус сферической поверхности.

Рисунок 5 – Проекция инструмента и заготовки на плоскость



Таким образом, сформулированная задача сводится к решению следующей геометрической задачи, проиллюстрированной рисунком 6.

Дано:

$O_1A_1 = O_1M = O_2M = O_2A_2 = r$ – радиус вершины инструмента;

$MK = Rz$ – шероховатость поверхности;

$OA_1 = OA_2 = R_{cf} = \frac{D_{cf}}{2}$ – радиус сферической поверхности.

Найти:

$A_1A_2 = S_o$ – подача инструмента.

Решение:

Введем вспомогательные углы.

Пусть $\angle O_1A_1M = \alpha$, $\angle MA_1K = \gamma$.

Тогда $\angle OA_1K = 180^\circ - (\alpha + \gamma)$.

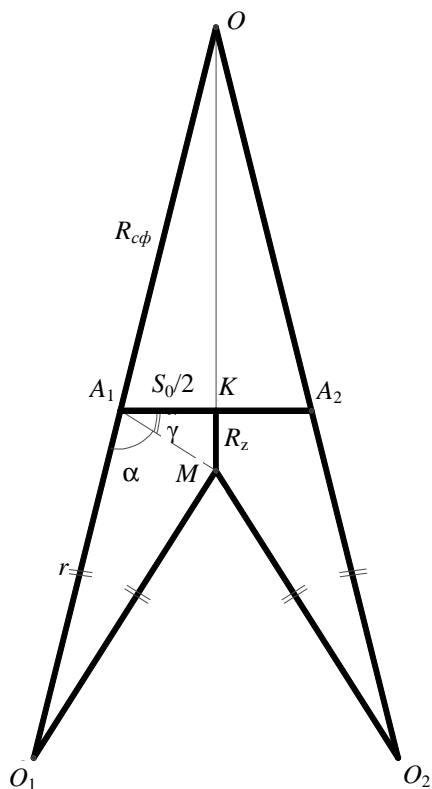


Рисунок 6 – Схема к геометрической задаче

Установим ряд зависимостей между данными и вспомогательными величинами.

1. Из прямоугольного треугольника A_1KM

$$A_1M = \sqrt{\frac{S_o^2}{4} + Rz^2} = \frac{1}{2}\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}; \quad tg \gamma = \frac{2Rz}{S_o};$$

$$\sin \gamma = \frac{2Rz}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}; \quad \cos \gamma = \frac{S_o}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}.$$

2. Из равнобедренного треугольника A_1O_1M по теореме косинусов получаем

$$A_1M = 2r \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}{4r} \quad (\text{см. решение выше}).$$

3. Из прямоугольного треугольника OA_1K имеем:

$$\cos(180^\circ - (\alpha + \gamma)) = \frac{S_o}{R_{c\phi}},$$

или
$$-\cos(\alpha + \gamma) = \frac{S_o}{2R_{c\phi}},$$

или
$$\sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \cos \gamma = \frac{S_o}{2R_{c\phi}}.$$

Далее, скомпонуем полученные зависимости:

$$\sin \gamma = \frac{2Rz}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}; \tag{10}$$

$$\cos \gamma = \frac{S_o}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}; \tag{11}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}{4r}. \tag{12}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{S_o^2 + 4Rz^2}{16r^2}} = \frac{\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{4r}, \tag{13}$$

где α – острый угол;

$$-\cos(\alpha + \gamma) = \frac{S_o}{2R_{c\phi}}. \tag{14}$$

В формулу (14) подставляем (10), (11), (12), (13):

$$\sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \cos \gamma = \frac{S_o}{2R_{c\phi}},$$

$$\frac{S_o}{2R_{c\phi}} = \frac{\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{4r} \cdot \frac{2Rz}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} - \frac{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}{4r} \cdot \frac{S_o}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}},$$

$$\text{или} \quad \frac{S_o}{2R_{c\phi}} = \frac{Rz\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{2r\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} - \frac{S_o}{4r},$$

$$\text{или} \quad \frac{S_o}{2} \cdot \left(\frac{1}{R_{c\phi}} + \frac{1}{2r} \right) = \frac{Rz\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{2r\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} \quad | \cdot 2,$$

$$\text{или} \quad S_o \cdot \frac{2r + R_{c\phi}}{R_{c\phi} \cdot 2r} = \frac{Rz\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{r\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}} \quad | \cdot r,$$

$$\text{или} \quad \frac{S_o(2r + R_{c\phi})}{2R_{c\phi} \cdot Rz} = \frac{\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}.$$

Упростим выполненные преобразования.

Пусть $\frac{2r + R_{c\phi}}{2 \cdot R_{c\phi} \cdot Rz} = a$, тогда

$$S_o a = \frac{\sqrt{16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2}}{\sqrt{S_o^2 + 4Rz^2}}, \quad (15)$$

$$S_o^2 a^2 (S_o^2 + 4Rz^2) = 16r^2 - S_o^2 - 4Rz^2,$$

$$S_o^4 a^2 + 4Rz^2 S_o^2 a^2 + S_o^2 + 4Rz^2 - 16r^2 = 0,$$

$$S_o^4 a^2 + S_o^2 (4Rz^2 a^2 + 1) + 4Rz^2 - 16r^2 = 0.$$

Решим биквадратное уравнение:

$$\begin{aligned} D &= (4Rz^2 a^2 + 1)^2 - 4(4Rz^2 + 16r^2) \cdot a^2 = 16Rz^4 a^4 + 8Rz^2 a^2 + 1 - 16Rz^2 a^2 + 64r^2 a^2 = \\ &= 16Rz^4 a^4 - 8Rz^2 a^2 + 1 + 64r^2 a^2 = (4Rz^2 a^2 - 1)^2 + 64r^2 a^2; \end{aligned}$$

$$S_o^2 = \frac{-(4Rz^2 a^2 + 1) \pm \sqrt{(4Rz^2 a^2 - 1)^2 + 64r^2 a^2}}{2a^2}.$$

Так как $S_o > 0$, то

$$S_o = \sqrt{\frac{-4Rz^2 a^2 - 1 + \sqrt{(4Rz^2 a^2 - 1)^2 + 64r^2 a^2}}{2a^2}}, \quad (16)$$

$$\text{где } a = \frac{2r + R_{c\phi}}{2 \cdot R_{c\phi} \cdot Rz} = \frac{4r + D_{c\phi}}{2D_{c\phi} \cdot Rz}.$$

Полученная для расчета подачи формула получилась громоздкой, что усложняет его и требует упрощения формулы (16). Для этого вернемся к формуле (15) и исключим из нее слагаемое Rz^2 , так как при возведении в квадрат значение данного слагаемого будет стремиться к нулю. Тогда получим:

$$S_o a = \frac{\sqrt{16r^2 - S_o^2}}{S_o},$$

$$\text{или} \quad S_o^2 a = \sqrt{16r^2 - S_o^2},$$

$$S_o^4 a^2 = 16r^2 - S_o^2,$$

$$S_o^4 a^2 + S_o^2 - 16r^2 = 0.$$

Решив биквадратное уравнение, получим

$$S_o^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 64r^2 a^2}}{2a^2}.$$

Так как $S_o > 0$, то $S_o^2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 64r^2 a^2}}{2a^2}$.

Итак
$$S_o = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + 64r^2 a^2}}{2a^2}}, \quad (17)$$

где
$$a = \frac{2r + R_{сф}}{2 \cdot R_{сф} \cdot Rz} = \frac{4r + D_{сф}}{2D_{сф} \cdot Rz}.$$

Оценим размерности полученных величин:

$$[a] = \frac{\text{мм} + \text{мм}}{\text{мм} \cdot \text{мм}} = \frac{\text{мм}}{\text{мм}^2} = \frac{1}{\text{мм}};$$

$$[S_o] = \sqrt{\frac{[1] + \sqrt{[1] + \text{мм}^2 \cdot \frac{1}{\text{мм}^2}}}{\frac{1}{\text{мм}^2}}} = \sqrt{\frac{[1]}{\frac{1}{\text{мм}^2}}} = \sqrt{\text{мм}^2} = \text{мм}.$$

Проведем сравнение значений подачи при обработке сферической поверхности радиусом $R_{сф} = 18$ мм и шероховатостью $Rz = 0,010$ мм инструментом с радиусом при вершине резца $r = 0,8$ мм, рассчитанных по точной и упрощенной формулам:

- по точной

$$S_o = \sqrt{\frac{-4Rz^2 a^2 - 1 + \sqrt{(4Rz^2 a^2 - 1)^2 + 64r^2 a^2}}{2a^2}} = 0,24168 \text{ мм/об};$$

- по упрощенной

$$S_o = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + 64r^2 a^2}}{2a^2}} = 0,24209 \text{ мм/об}.$$

Погрешность расчета по этим формулам составляет:

$$\delta = \frac{|0,24168 - 0,24209|}{0,24168} \cdot 100\% = 0,17\%.$$

Учитывая малую погрешность, для расчета можно использовать как точную формулу, так и упрощенную.

Сравним погрешность при расчете подачи по общепринятой формуле (3) с упрощенной формулой:

$$S_o \approx \sqrt{8rRz} = 0,25298 \text{ мм/об}.$$

$$\delta = \frac{|0,24209 - 0,25298|}{0,24209} \cdot 100\% = 4,498\%.$$

Если радиус сферической поверхности будет большим (например, $R_{сф} = 100$ мм), подача составит

$$S_o = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + 64r^2 a^2}}{2a^2}} = 0,2506 \text{ мм/об}. \text{ Тогда погрешность } \delta = \frac{|0,2506 - 0,25298|}{0,2506} \cdot 100\% = 0,95\%.$$

Отсюда можно сделать вывод, что полученные формулы (16) и (17) для расчета скорости подачи инструмента имеют существенное значение при обработке сферических поверхностей небольшого диаметра (до 100 мм). При больших диаметрах обрабатываемых сфер (более 100 мм) погрешность расчета

подачи по общепринятым и полученным формулам находится в пределах 1%, значит, расчет можно производить по любой из них.

Анализ расчета по полученной формуле при обработке сферической поверхности $R_{сф} = 18$ мм с шероховатостью, изменяющейся в диапазонах $Rz = 0,001...0,1$ мм, инструментом с радиусом при вершине лезвия, изменяющимся в диапазоне $r = 0,2...25,4$ мм, представлен в виде графиков на рисунках 7 и 8.

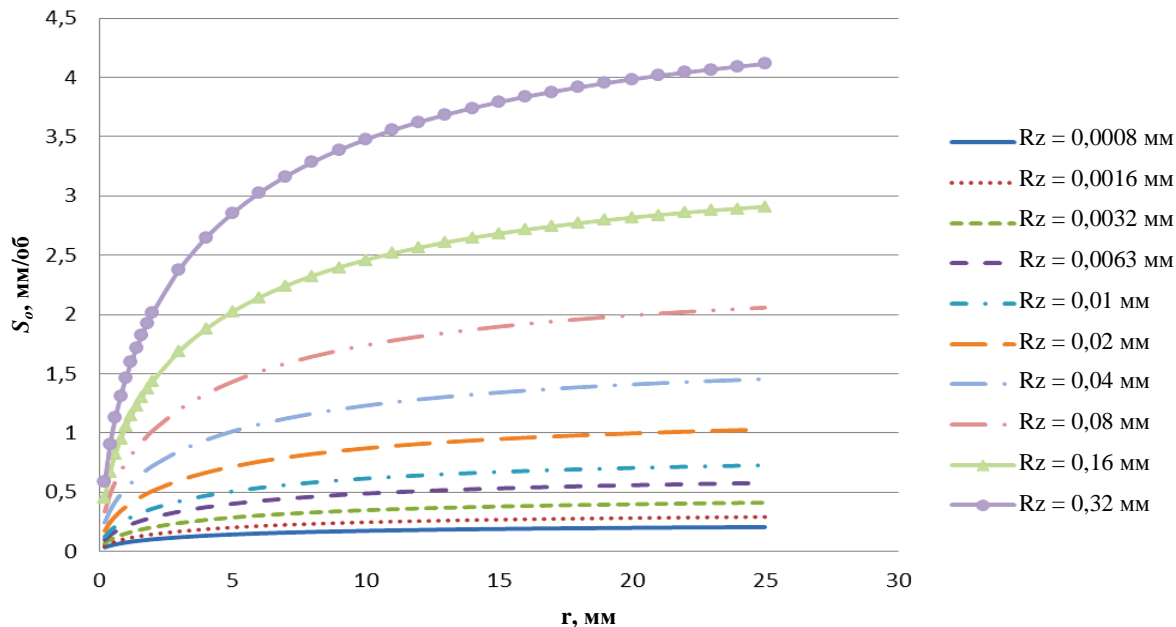


Рисунок 7 – Зависимость подачи от радиуса при вершине лезвия при различных значениях шероховатости поверхности

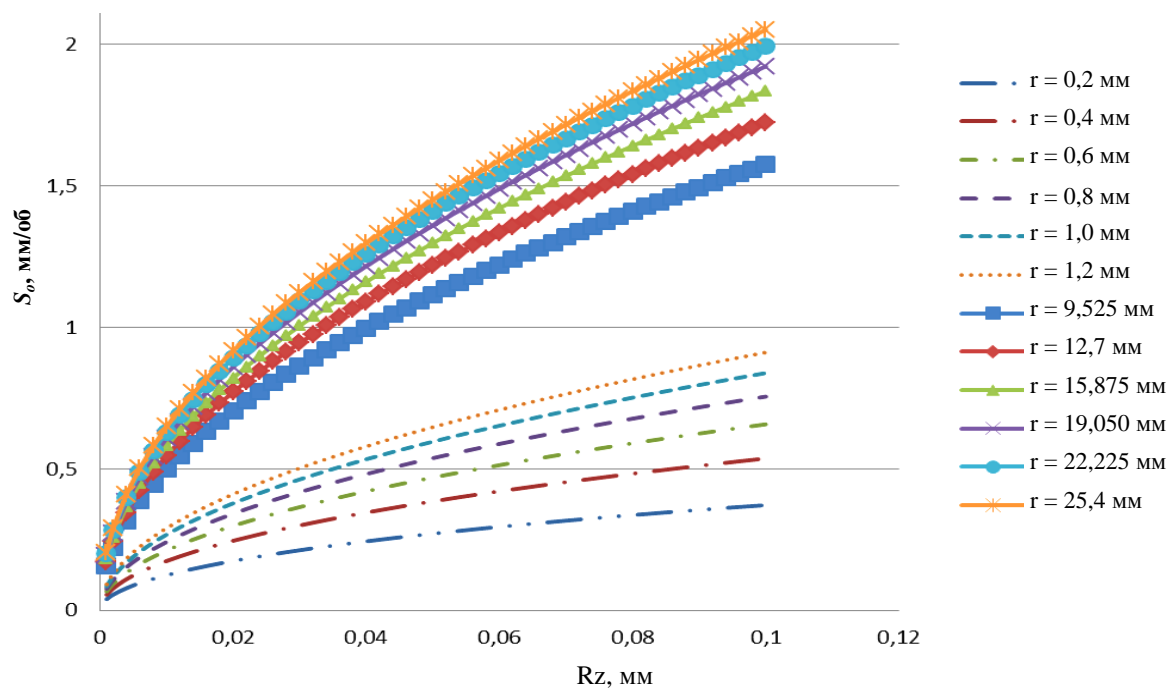


Рисунок 8 – Зависимость подачи от шероховатости поверхности с различными радиусами при вершине лезвия инструмента

Графики, представленные на рисунках 1 и 2, как и формулы (16), (17), позволяют определить значение подачи S_{03} , обеспечивающей заданное значение шероховатости обработанной поверхности. Видно,

что с увеличением шероховатости поверхности возрастает значение подачи, причем тем больше, чем больше значение радиуса при вершине (r). При малых значениях Rz и r значение подачи растет интенсивнее, чем при больших. Радиус сферической поверхности детали $R_{сф}$ не оказывает существенного влияния на выбор подачи S_o , и его изменением можно пренебречь.

Заключение. Результаты обработки образцов деталей при заданных значениях шероховатости, соответствующей подаче, и результаты измерений шероховатости полученных поверхностей образцов показали, что отклонение измеренных от заданных значений параметров Rz находится в пределах 10...15%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аналитическое решение задачи о формообразовании шаровых пробок путем обжима трубных заготовок в полусферических матрицах / М.М. Тверской [и др.] // Вестн. ЮУрГУ: Серия «Машиностроение», 2014. – Т. 14, № 2. – С. 39–50.
2. Кожевникова, Г.В. Теория и практика поперечно-клиновой прокатки / Г.В. Кожевникова. – Минск: Беларус. наука, 2010. – 291 с.
3. Способ изготовления сферической заготовки пробки шарового крана: пат. 2393047 (RU) МПК В22С9/00 / В.П. Анисимов, А.А. Цыбулаев. – № 2008135944/02; заявл. 08.09.2008; опубл. 20.03.2010.
4. Анализ способов обработки сферических поверхностей / Н.Н. Попок [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та: Сер. В. Прикладные науки. Промышленность. – 2006. – № 12. – С. 42–45.
5. Попок, Н.Н. Теория резания: учеб. пособие для студентов машиностр. специальностей / Н.Н. Попок. – Новополоцк: ПГУ, 2006. – 228 с.

Поступила 02.02.2016

MODELLING OF INFLUENCE OF ROUGHNESS OF THE SPHERICAL SURFACE OF THE PART ON FEED SPEED SELECTION OF THE ROTATING CUTTING TOOL

N. POPOK, I. KUNCEVICH, R. HMELNICKY, V. ANISIMOV

Influence of roughness of the spherical surface of the part on feed speed selection of the rotating cutting tool was examined. Goals of the study were formulated. Mathematical modeling of the studied process was carried out. The formulas for calculating the installation parameters of the cutting tool, workpiece and tool feed speed due to the roughness of the treated spherical surface of the part are specified. Results of sample processing of parts for given values of the roughness and the corresponding tool feed were analysed.

Keywords: *spherical surface, treatment of the spherical surface, roughness, mathematical model, dependence of surface roughness from the tool feed.*