Таким образом, справедлива

Теорема. *Системы* (7)–(20) *являются системами типа Пенлеве.*

Литература

1. Мартынов И. П., Пронько В. А. *Об одном уравнении третьего порядка типа Пенлеве* // Дифференц. уравнения. 1988. Т. 24, № 9. С. 1640–1641.

2. Андреева Т. К., Мартынов И. П., Пронько В. А. *Аналитические свойства решений одного класса уравнений третьего порядка* // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47, № 9. С. 1219–1224.

СИСТЕМЫ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА БЕЗ ПОДВИЖНЫХ КРИТИЧЕСКИХ ТОЧЕК И НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНОВЫЕ УРАВНЕНИЯ

Н.С. Березкина, И.П. Мартынов, В.А. Пронько

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

nberez@grsu.by, i.martynov@grsu.by, v.a.pronko@gmail.com

Рассмотрим систему

$$x' = x(ax+by+cz+d), \quad y' = y(ax+by+cz+d), \quad z' = f(x,y,z)+c_1x+c_2y+c_3z, \tag{1}$$

где $f(x,y,z) = a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + a_{12}xy + a_{13}xz + a_{23}yz$, a_{ij}, $i,j = 1,2,3$, $a,b,c \neq 0$ — постоянные, d, c_i, $i = 1,2,3$ — аналитические функции от t. Не нарушая общности, будем считать $c = 1$.

Из первых двух уравнений системы (1) получаем, что $y = \lambda x$, λ — постоянная. Тогда для компоненты x системы (1) построим уравнение

$$x'' = A\frac{x'^2}{x} + Bxx' + Cx' + Dx^3 + Ex^2 + Fx, \tag{2}$$

где

$$A = 1 + a_{33}, \quad B = (a_{23} - 2ba_{33} + b)\lambda + a_{13} - 2a_{33}a, \quad C = c_3 - 2a_{33}d,$$

$$D = (a_{22} - ba_{23} + b^2a_{33})\lambda^2 + (a_{12} + 2aba_{33} - ba_{13} - aa_{23})\lambda + a_{11} + a^2a_{33} - aa_{13},$$

$$E = (2ba_{33}d - a_{23}d - bc_3 + c_2)\lambda + 2aa_{33}d + c_1 - ac_3 - a_{13}d, \quad F = d' + d^2a_{33} - dc_3.$$

Теорема. *Для того, чтобы система* (1) *имела свойство Пенлеве необходимо и достаточно, чтобы уравнение* (2) *обладало этим же свойством.*

Выделены системы (1), решения которых выражаются через решения частных случаев второго, третьего и четвертого уравнений Пенлеве. На основе связи, установленной в [1, 2] между решением частных случаев второго и четвертого уравнений Пенлеве соответственно с уравнениями Кортевега де Фриза и Шредингера, а также связи частного случая третьего уравнения Пенлеве с уравнением Лиувилля, получены формулы взаимосвязи между решениями выделенных систем и указанных нелинейных уравнений в частных производных.

Литература

1. Ablowitz M. J., Ramani A., Segur H. *A Connection Between Nonlinear Evolution Equations and Ordinary Differential Equations of P-type. I* // J. Math. Phys. 1980. Vol. 21, № 4. P. 715–721.

2. Ablowitz M. J., Ramani A., Segur H. *A Connection Between Nonlinear Evolution Equations and Ordinary Differential Equations of P-type. II* // J. Math. Phys. 1980. Vol. 21, № 5. P. 1006–1015.