Решения уравнения (1) будем искать в виде целых трансцендентных решений с конечным числом нулей конечного типа, то есть, в виде

$$w\colon z \to P(z)\exp Q(z), \tag{2}$$

где P — полином, Q — целая функция.

Доказана

Теорема 1. *Любое целое решение уравнения* (1) *вида* (2) *будет таким, что целая функция* Q *является полиномом.*

Далее решения (2) уравнения (1) подразделяются на два класса — особые и неособые экспоненциальные части и исследования проводятся для каждого класса отдельно. Устанавливаются свойства полиномов P и Q: степени, коэффициенты при старших степенях, их структура. В частности, в случае особой экспоненциальной части доказывается

Теорема 2. *Если целая функция* (2), *с особой экспоненциальной частью является решением уравнения* (1), *то рациональная функция* $u\colon z \to Q'(z) + P'(z)/P(z)$ *является решением алгебраического уравнения* $\sum_{i=1}^{n} A_i(z)u^{\mu_i} = 0$.

Литература

1. Горбузов В. Н. *Целые решения алгебраических дифференциальных уравнений.* Гродно: ГрГУ, 2006. 255 с.

2. Горбузов В. Н., Немец В. С. *К вопросу экспоненциально-полиномиальных решений нелинейного дифференциального уравнения* // Докл. АН БССР. 1986. Т. 30, № 4. С. 297–300.

3. Горбузов В. Н., Немец В. С. *Целые функции-решения дифференциального уравнения первого порядка с обобщенными квазиполиномиальными коэффициентами* // Punime Matematike. 1988. № 3. P. 23–34.

ОБ ОДНОЙ СИСТЕМЕ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ СО СВОЙСТВОМ ПЕНЛЕВЕ

Ю.В. Новогродская, В.М. Пецевич, Д.Н. Шевченя

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

В работе на предмет отсутствия подвижных многозначных особенностей продолжаем [1] рассматривать систему двух дифференциальных уравнений:

$$x'^2 = A_2y^2 + A_1y + A_0, \quad y'^2 = (b_{12}y + b_{02})x^2 + (b_{11}y + b_{01})x + b_{10}y + b_{00}, \tag{1}$$

где A_i, $i = \overline{0,2}$, — полиномы по x с аналитическими по t коэффициентами, b_{jk}, $j = \overline{0,1}$, $k = \overline{0,2}$, — аналитические по t функции, $A_2 \neq 0$, $|b_{12}| + |b_{02}| \neq 0$, и правые части ее уравнений не являются одновременно полными квадратами.

В [1] было показано, что справедлива

Лемма 1. *Для того, чтобы дифференциальная система* (1) *не имела подвижных многозначных особенностей, необходимо чтобы степень многочленов* A_i, $i = \overline{0,2}$, *по переменной* x *была не выше* 4.

Пусть $A_2 = a_{24}x^4 + a_{23}x^3 + a_{22}x^2 + a_{21}x + a_{20}$. Используя метод малого параметра [2, 3], показываем, что необходимо требовать $|a_{24}| = |a_{23}| = 0$.

Рассмотрим случай

$$|a_{22}| = |a_{21}| = 0, \quad a_{20} \neq 0. \tag{2}$$

Лемма 2. *Для того чтобы система* (1) *при дополнительных условиях* (2) *обладала свойством Пенлеве, необходимо, чтобы она дробно-линейным преобразованием* x, y *и аналитической заменой независимой переменной* t *приводилась к виду*

$$x'^2 = (y + a_{11}x + a_{10})^2, \quad y'^2 = yb_{12}^2(x + b_{11})^2, \tag{3}$$

где $b_{12} \neq 0$.

Построив уравнение относительно компоненты y и выполнив замену $y = v^2$, получим уравнение

$$v'' = \left(\lambda_1 a_{11} + \frac{b'_{12}}{b_{12}}\right)v' - \frac{1}{2}\lambda_1\lambda_2 b_{12}v^2 - \frac{1}{2}\lambda_2 b_{12}\left(b'_{11} + \lambda_1(a_{10} - a_{11}b_{11})\right), \tag{4}$$

где $\lambda_1^2 = 1$, $\lambda_2^2 = 1$.

Используя метод резонансов [2], найдены необходимые и достаточные условия наличия свойства Пенлеве у решений уравнения (4). Учитывая структуру построения уравнения (4), заключаем, что при полученных условиях и система (3) с условиями (2) обладает свойством Пенлеве.

Литература

1. Пецевич В. М. , Погерило Ю. В., Шевченя Д. Н. *Необходимые условия наличия свойства Пенлеве у одной системы дифференциальных уравнений специального вида* // Тез. докл. XV Междунар. науч. конф. «Еругинские чтения —2013». Гродно, 13–16 мая 2013 г.: в 2 ч. / Ин-т математики НАН Беларуси, ред-кол.: А. К. Деменчук [и др.]. Минск, 2013. Ч. 1. С. 22.

2. Айнс Э. Л. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* Харьков: ГНТИ, 1939. 719 с.

3. Cosgrove C., Scoufis G. *Painleve classification of a class of differential equations of the second order and second degree* // Stud. Appl. Math. 1993. Vpl. 88. P. 25–87.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ОДНОЙ ПЕРЕКРЕСТНОЙ СИСТЕМЫ

О.Н. Парманчук

Гродненский государственный аграрный университет, Гродно, Беларусь
statola@tut.by

Рассмотрим систему

$$\begin{aligned} x'^2 &= Kb_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 + y(b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0), \\ y'^2 &= c_3y^3 + c_2y^2 + c_1y + c_0 + x(d_3y^3 + d_2y^2 + d_1y + d_0), \end{aligned} \tag{1}$$

где

$$b_3 \neq 0, \quad |c_3| + |d_3| \neq 0, \quad |d_3| + |d_2| + |d_1| + |d_0| \neq 0, \tag{2}$$

$a_0, a_1, a_2, b_i, c_i, d_i$, $i = \overline{0,3}$, — функции аналитические по t, K — постоянная. В [1] показано, что для отсутствия подвижных многозначных особенностей необходимо, чтобы система (1) имела вид

$$x'^2 = (x + b)^2(xy + H), \quad y'^2 = (y + d)^2(xy + H), \tag{3}$$

где H — постоянная, b, d — функции, аналитические по t.