

2. Мартынов И. П., Парманчук О. Н. *Об одном классе дифференциальных уравнений второго порядка второй степени относительно старшей производной* // Весн. Гродзенскага. дзярж. ун-та. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і ўпраўленне. Біялогія. 2008. № 3(37). С. 54–59.

3. Bureau F. J. *Differential equations with fixed critical points* // Ann. di Math. 1964. Vol. 64. P. 229–364.

НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ НАЛИЧИЯ МЕРОМОРФНЫХ РЕШЕНИЙ У ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМ ТРЕХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А. Т. Сазонова

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
Lozanna86@mail.ru

Рассматривается система

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= 2a \frac{\dot{x}\dot{y}}{x-y} - 2d \frac{\dot{x}(\dot{x}+\dot{y})}{2x+y}, & \ddot{y} &= -2a \frac{\dot{x}\dot{y}}{x-y} - 2e \frac{\dot{y}(\dot{x}+\dot{y})}{x+2y}, \\ \ddot{z} &= -2c \frac{\dot{x}\dot{z}}{x} - 2b \frac{\dot{y}\dot{z}}{y} - 2f \frac{\dot{z}(\dot{x}+\dot{y})}{x+y}, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, $t = \tau - \tau_0$.

Для наличия у системы

$$\ddot{x} = 2a \frac{\dot{x}\dot{y}}{x-y} - 2d \frac{\dot{x}(\dot{x}+\dot{y})}{2x+y}, \quad \ddot{y} = -2a \frac{\dot{x}\dot{y}}{x-y} - 2e \frac{\dot{y}(\dot{x}+\dot{y})}{x+2y} \tag{2}$$

свойства Пенлеве ([1, 2]) необходимо и достаточно $d = e = -1/2$, $a = 0$. При этом общее решение (2) можно записать в виде $x = (K/6)t^3 + D_2t^2 + D_1t + D_0$, $y = (K/6)t^3 + C_2t^2 + C_1t + C_0$, где $t = \tau - \tau_0$, C_0, C_1, C_2 – произвольные постоянные, а D_0, D_1, D_2 находятся из соотношений

$$D_0 = \frac{KC_0C_1 + 2C_1^2C_2 - 8C_0C_2^2}{4C_2^2 - 2KC_1}, \quad D_1 = \frac{2C_2}{C_1}(D_0 + 2C_0) - C_1, \quad D_2 = \frac{K}{2C_1}(D_0 + 2C_0).$$

Доказана

Теорема. *Для наличия у системы (1) свойства Пенлеве необходимо и достаточно $d = e = -1/2$, $a = 0$, а константы c, b, f принимают одно из 17 значений следующей таблицы:*

c	-1	0	-1	-1	0	0	-1	-1/2	0	0	-1/2	-1/2	0	-1/2	-3/2	0	0
b	-1	-1	0	-1	0	-1	0	0	-1/2	0	-1/2	0	-1/2	-1/2	0	-3/2	0
f	-1	-1	-1	0	-1	0	0	0	0	-1/2	0	-1/2	-1/2	-1/2	0	0	-3/2

Литература

1. Калоджеро Ф. *Разрешаемая задача трех тел и гипотезы Пенлеве* // Теоретическая и математическая физика. 2002. Т. 133, №2. С. 149–159.
2. Лозовская А.Т. *Тест Пенлеве для некоторых систем дифференциальных уравнений, связанных с задачей трех тел* // Наука–2009 : сб. ст. В 2 ч. Ч. 2 / ГрГУ им. Я. Купалы; редкол.: А. Ф. Проневич (отв. ред.) [и др.] Гродно: ГрГУ, 2009. С. 48–49.