

НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМ СПЕКТРОМ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С БЛОКАМИ ПОЛНОГО РАНГА

А.К. Деменчук

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
demenchuk@im.bas-net.by

Хорошо известно, что периодическая дифференциальная система при определенных условиях может иметь периодические решения, период которых несоизмерим с периодом самой системы, т. е. сильно нерегулярные решения. Условия протекания процесса, когда колебания системы описываются сильно нерегулярными решениями, называют асинхронным режимом, а частотный спектр таких решений — асинхронным спектром. Асинхронные режимы колебаний реализованы в ряде различных технических устройств. Следует отметить, что еще в середине 30-х гг. прошлого века в исследованиях параметрического воздействия на двухконтурные системы, проводимых под руководством Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси, была продемонстрирована возможность возбуждения колебаний на частотах, находящихся практически в любом отношении с частотой изменения параметров [11].

Задача синтеза подобных режимов для линейных систем может быть сформулирована в виде задачи управления асинхронным спектром. Рассмотрим линейную систему управления

$$\dot{x} = A(t)x + Bu, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad n \geq 2,$$

где $A(t)$ — непрерывная ω -периодическая $(n \times n)$ -матрица, B — постоянная $(n \times n)$ -матрица. Предположим, что управление задается в виде линейной по фазовым переменным обратной связи $u = U(t)x$.

Задача выбора такого ω -периодического коэффициента обратной связи, чтобы замкнутая система имела сильно нерегулярные периодические решения с заданным спектром частот L называется задачей управления асинхронным спектром.

Поскольку в случае невырожденной матрицы B такая задача разрешима, далее без ограничения общности будем считать, что у матрицы B первые d строк нулевые, а остальные строки линейно независимы. Обозначим через $A_{11}(t)$, $A_{12}(t)$ — верхние левый и правый блоки матрицы $A(t)$ размерностей $d \times d$ и $d \times (n - d)$ соответственно. Предположим, что $\hat{A}_{12} = 0$, а матрицы $A_{11}(t) - \hat{A}_{11}$ и $A_{12}(t)$ имеют полный столбцовый ранг. Пусть p — столбцовый ранг $(d \times n)$ -матрицы $\{A_{11}(t) - \hat{A}_{11}, A_{12}(t)\}$.

Теорема. Если задача управления асинхронных колебаний разрешима, то мощность целевого множества частот не превосходит величины $n - p$.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ НЕОДНОРОДНОГО КВАЗИЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С МЛАДШИМ ЧЛЕНОМ

С.А. Заболоцкий

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
nugget13@mail.ru

Рассмотрим дифференциальные уравнения типа Лейна — Эмдена:

$$y'' + \frac{n-1}{r}y' - |y|^k \text{sign } y = f(r), \quad (1)$$