О СУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЙ С ЗАДАННЫМ ЧИСЛОМ НУЛЕЙ УРАВНЕНИЙ ТИПА ЭМДЕНА — ФАУЛЕРА ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

В.В. Рогачев

Московский государственный университет, Москва, Россия
valdakhar@gmail.com

Рассматривается обобщенное уравнение типа Эмдена — Фаулера произвольного порядка

$$y^{(n)} + p_0|y|^k \operatorname{sgn} y = 0, \quad n > 2, \quad k > \mathbb{R}, \quad k > 1, \quad p_0 \neq 0. \tag{1}$$

Доказывается существование решений для уравнения (1) произвольного порядка с заданным числом нулей на заданных интервалах или полуинтервалах. Доказательства данных фактов опираются на теорему 2 из [1] или теорему 1 из [2]. Для случая уравнения порядка $n = 3, 4$ схожие результаты опубликованы в [3] и [4], там же рассматривается случай $k \in (0,1)$.

Теорема 1. *Для любого целого* $m \geqslant 2$, *четного* $n > 2$ *и действительного* $k > 1$, $p_0 > 0$, $-\infty < a < b < +\infty$, *у уравнения* (1) *существует решение, определенное на отрезке* $[a,b]$, *равное нулю в точках* a, b *и имеющее на отрезке ровно* m *нулей.*

Теорема 2. *Для любого целого* $m \geqslant 2$, *нечетного* $n > 2$ *и действительного* $k > 1$, $p_0 \neq 0$, $-\infty < a < b < +\infty$, *у уравнения* (1) *существует решение, определенное на отрезке* $[a,b]$, *равное нулю в точках* a, b *и имеющее на отрезке ровно* m *нулей.*

Теорема 3. *Для любого целого* $n > 2$ *и действительного* $k > 1$, $p_0 > 0$, $-\infty < a < b < +\infty$, *у уравнения* (1) *существует решение, определенное на полуинтервале* $[a,b)$, *равное нулю в точке* a *и имеющее на полуинтервале счетное число нулей.*

Теорема 4. *Для любого нечетного* $n > 2$ *и действительного* $k > 1$, $p_0 < 0$, $-\infty < a < b < +\infty$, *у уравнения* (1) *существует решение, определенное на полуинтервале* $(a,b]$, *равное нулю в точке* b *и имеющее на полуинтервале счетное число нулей.*

Литература

1. Astashova I. V. *On special solutions to Emden — Fowler type differential equations* // Abstracts of Czech-Georgian Workshop on Boundary Value Problems. (WBVP) January, 20–24. Brno, Czech Republic. http://users.math.cas.cz/šremr/wbvp2014/abstracts/astashova.pdf

2. Astashova I. V. *On Existence of Quasi-Periodic Solutions to a Nonlinear Higher-Order Differential Equation* // International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations «QUALITDE–2013» Dedicated to the 100th birthday anniversary of Prof. L. Magnaradze. December 20–22, 2013. Tbilisi, Georgia. http://www.rmi.ge/eng/QUALITDE-2013/Astashova_workshop_2013.pdf

3. Асташова И. В., Рогачев В. В. *О существовании решений с заданным числом нулей для уравнений типа Эмдена — Фаулера третьего и четвертого порядков* // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 11. С. 1509–1510.

4. Асташова И. В., Рогачев В. В. *О числе нулей осциллирующих решений уравнений третьего и четвертого порядков со степенной нелинейностью* // Нелінійні коливання (the Ukrainian for «Nonlinear Oscillations»). 2014. Т. 17, № 1. С. 16–31.

УПОРЯДОЧЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЛУЖДАЕМОСТИ РАЗНЫХ РАНГОВ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

И.Н. Сергеев

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия
igniserg@gmail.com

Обозначим через $\mathcal{M}^n$ множество линейных систем

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}^+,$$