

Литература

1. Кигурадзе И. Т., Чантурия Т. А. *Асимптотические свойства решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений*. М.: Наука, 1990.
2. Астахова И. В. *Качественные свойства решений квазилинейных обыкновенных дифференциальных уравнений* // В сб.: Качественные свойства решений дифференциальных уравнений и смежные вопросы спектрального анализа: научное издание под ред. И. В. Астаховой. М.: ЮНИТИ–ДАНА, 2012. С. 22–288.
3. Astashova I. V. *On power and non-power asymptotic behavior of positive solutions to Emden – Fowler type higher-order equations* // *Advances in Difference Equations*, 2013. DOI: 10.1186/10.1186/1687-1847-2013-220.
4. Kozlov V. A. *On Kneser solutions of higher order nonlinear ordinary differential equations*// *Ark. Mat.* 1999. Vol. 37, no. 2. P. 305–322.

**ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ В СМЫСЛЕ СОВПАДЕНИЯ
ОТРАЖАЮЩИХ ФУНКЦИЙ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ
И ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ**

М.С. Белокурский

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
drakonsm@ya.ru

Теорема. Пусть $a_1(t)$ и $a_2(t)$ – непрерывные нечетные функции. Тогда дифференциальная система

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{\cos t}{1 + 3x^2} - a_1(t) \frac{x + y - \sin t}{1 + 3x^2} + a_2(t) \frac{y - x^3}{1 + 3x^2}, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{3x^2 \cos t}{1 + 3x^2} + a_1(t) \frac{x + y - \sin t}{1 + 3x^2} + a_2(t) \left(y - x^3 - \frac{y - x^3}{1 + 3x^2} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

эквивалентна системе

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\cos t}{1 + 3x^2}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{3x^2 \cos t}{1 + 3x^2}, \quad (2)$$

т. е. их отражающие функции [1, с. 62] совпадают.

Следствие. Если непрерывные нечетные функции $a_1(t)$ и $a_2(t)$ имеют периоды, несоизмеримые с 2π , то квазипериодическая дифференциальная система (1) будет эквивалентна 2π -периодической дифференциальной системе (2).

В качестве примера рассмотрим квазипериодическую систему

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{\cos t + 2 \sin \sqrt{3}t \sin t - 2x \sin \sqrt{3}t + y(\sin 2\sqrt{3}t - 2 \sin \sqrt{3}t) - x^3 \sin 2\sqrt{3}t}{1 + 3x^2}, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{-2 \sin \sqrt{3}t \sin t + 2x \sin \sqrt{3}t + 2y \sin \sqrt{3}t + 3x^2 \cos t + 3x^2 y \sin 2\sqrt{3}t - 3x^5 \sin 2\sqrt{3}t}{1 + 3x^2}. \end{aligned}$$

С помощью алгоритма, приведенного в [2], эту систему можно представить в виде (1):

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\cos t}{1 + 3x^2} - 2 \sin \sqrt{3}t \frac{x + y - \sin t}{1 + 3x^2} + \sin 2\sqrt{3}t \frac{y - x^3}{1 + 3x^2},$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{3x^2 \cos t}{1 + 3x^2} + 2 \sin \sqrt{3t} \frac{x + y - \sin t}{1 + 3x^2} + \sin 2\sqrt{3t} \left(y - x^3 - \frac{y - x^3}{1 + 3x^2} \right).$$

Согласно теореме эта квазипериодическая система эквивалентна, в смысле совпадения отражающих функций, 2π -периодической системе (2).

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем*. Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. 196 с.
2. Mironenko V. I., Mironenko V. V. *How to construct equivalent differential systems // Applied Mathematic Letters*. 2009. Vol. 22. P. 1356–1359.

К ВОПРОСУ О РАЗЛИЧЕНИИ ЦЕНТРА, ФОКУСА И СЕДЛО — ФОКУСА ДЛЯ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ ДАРБУ

В.В. Блашкевич

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
blvv@mail.ru

Проблема различения центра и фокуса для двумерной автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений исследуется длительное время (см., например, монографию [1]). В то же время аналогичные вопросы в трехмерном случае почти не изучались. Рассматривается вопрос о различении топологического типа изолированного состояния равновесия $O(0, 0, 0)$ трехмерной однородной системы Дарбу

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_1x + b_1y + c_1z + xF(x, y, z), & \frac{dy}{dt} &= a_2x + b_2y + c_2z + yF(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= a_3x + b_3y + c_3z + zF(x, y, z), \end{aligned} \quad (1)$$

где $F(x, y, z)$ есть гладкая однородная функция степени однородности $m \geq 1$, имеющего пару чисто мнимых и один вещественный характеристические корни. В этом случае возникает задача различения центра, фокуса и седло — фокуса [2, с. 202–203]. Получены критерии решения данной задачи. В частности, имеют место следующие утверждения.

Теорема 1. *Состояние равновесия $O(0, 0, 0)$ с парой чисто мнимых и одним ненулевым характеристическими корнями полиномиальной однородной системы Дарбу (1) при нечетном m является центром, устойчивым при отрицательном вещественном характеристическом корне, и неустойчивым при положительном вещественном характеристическом корне.*

Теорема 2. *Если трехмерное вещественное автономное проективное матричное уравнение Риккати [3] имеет состояние равновесия с парой чисто мнимых и одним ненулевым характеристическими корнями, то данное состояние равновесия является центром, устойчивым при отрицательном вещественном характеристическом корне, и неустойчивым при положительном вещественном характеристическом корне.*

Литература

1. Амелькин А. В., Лукашевич Н. А., Садовский А. П. *Нелинейные колебания в системах второго порядка*. Мн.: Изд-во БГУ, 1982.
2. Пуанкаре А. *О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями*. М.–Л.: ГИТТЛ, 1947.
3. Winternitz P. *Lie groups and solutions of nonlinear differential equations // Lect. Notes in Phys*. 1983. Vol. 189. P. 263–331.