ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ОДНОГО КЛАССА ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

А.А. Денисковец [1], **П.Б. Павлючик** [2]

[1] Гродненский государственный аграрный университет, Гродно, Беларусь
aleksei_deniskov@mail.ru
[2] Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
p.pavlyuchik@grsu.by

Рассматривается система линейных однородных обыкновенных дифференциальных уравнений [1]

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \tag{1}$$

где $x = \operatorname{colon}(x_1, \ldots, x_n)$, $n > 1$, квадратная матрица $A(t)$ порядка n является гладкой на $\mathbb{R}$ и, кроме того,

$$A(t)\int\limits_{t_0}^{t} B(\tau)d\tau = \int\limits_{t_0}^{t} B(\tau)\,d\tau A(t),$$

$$A(t+1)\int\limits_{t_0}^{t} B(\tau)d\tau = \int\limits_{t_0}^{t} B(\tau)\,d\tau A(t+1), \quad \forall t \in \mathbb{R}, \quad B(t) = A(t+1) - A(t). \tag{2}$$

Теорема 1. *Линейная дифференциальная система* (1) *определяет на многообразии* $\mathbf{R}^n \times S^1$ *накрывающее слоение* [2] F *с фазовым слоем* $\mathbf{R}^n$, *базой* S^1 *(единичной окружностью) и фазовой группой, определяемой невырожденным линейным отображением* Lx, $\forall x \in \mathbf{R}^n$.

Наряду с линейной дифференциальной системой (1) будем рассматривать линейную дифференциальную систему

$$\frac{dx}{dt} = A_1(t)x, \tag{3}$$

с гладкой матрицей $A_1(t)$. Будем считать, что для линейной дифференциальной системы (3) выполняются условия вида (2). На основании теоремы 1 получаем, что линейная дифференциальная система (3) определяет на многообразии $\mathbf{R}^n \times S^1$ накрывающее слоение F_1 с фазовым слоем $\mathbf{R}^n$, базой S^1 (единичной окружностью) и фазовой группой, определяемой невырожденым линейным отображением L_1x, $\forall x \in \mathbf{R}^n$. Будем говорить, что голоморфные линейные дифференциальные системы уравнений (1) и (3) *топологически эквивалентны*, если существует гомеоморфизм $h : \mathbf{R}^n \times S^1 \to \mathbf{R}^n \times S^1$, переводящий слои слоения F в слои слоения F_1.

Теорема 2. *Пусть вещественная нормальная жорданова форма сильно гиперболической матрицы* [2, с. 95] L *имеет вид*

$$J(L) = \begin{pmatrix} J_s(L) & 0 \\ 0 & J_u(L) \end{pmatrix},$$

где все собственные значения матрицы $J_s(L)$ *по модулю меньше* 1, *а все собственные значения матрицы* $J_u(L)$ *по модулю больше* 1, $p = \dim J_s(L)$; *вещественная нормальная жорданова форма сильно гиперболической матрицы* L_1 *имеет вид*

$$J(L_1) = \begin{pmatrix} J_s(L_1) & 0 \\ 0 & J_u(L_1) \end{pmatrix},$$

где все собственные значения матрицы $J_s(L_1)$ *по модулю меньше* 1, *а все собственные значения матрицы* $J_u(L_1)$ *по модулю больше* 1, $q = \dim J_s(L_1)$. *Тогда линейные дифференциальные системы* (1) и (3) *топологически эквивалентны тогда и только тогда, когда либо* $p = q$, $\det J_s(L)\det J_s(L_1) > 0$, $\det J_u(L)\det J_u(L_1) > 0$, *либо* $p = n - q$, $\det J_s(L)\det J_u^{-1}(L_1) > 0$, $\det J_u(L)\det J_s^{-1}(L_1) > 0$.

Литература

1. Денисковец А. А., Тыщенко В. Ю. *О приводимости, устойчивости и топологической эквивалентности одного класса линейных дифференциальных систем* // Весн. Гродненскага дзярж. ун-та. Сер. 2. 2012. № 3. С. 33–37.

2. Тыщенко В. Ю. *Накрывающие слоения дифференциальных систем.* Гродно: ГрГУ, 2011.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ПЯТОЙ СТЕПЕНИ ПО ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

В.С. Денисов

Витебский государственный технологический университет, Витебск, Беларусь
primakovasv@tut.by

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Dy^5 + Ay^3 + By + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad A > 0, \quad B > 0, \quad D > 0, \tag{1}$$

где функции $f(x)$ и $g(x)$ нечетные и удовлетворяют следующим условиям:

I. $\exists$ x_1, x_3, такие что $f(x) < 0$ на $(0, x_1)$; $f(x) > 0$ на (x_1, x_3); $g(x) < 0$ на $(0, \infty)$; $f(0) = f(x_1) = g(0) = 0$.

II.

$$G(x) = \int_0^x -g(s)\,ds \to +\infty \quad \text{при} \quad x \to +\infty.$$

При $D = 0$ в работе [1] найдены достаточные условия существования по крайней мере двух предельных циклов системы (1).

Обозначим

$$M = \max_{[0;x_3]} |f(x)|, \quad \varphi(x) = \int_0^x -g(s)f(s)\,ds,$$

d — единственный действительный корень уравнения $Dy^5 + Ay^3 + By - \gamma M = 0$.

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Если выполнены условия I, II, а также условие III.* $\exists \gamma > 1$, $\exists x_2 \in \in (x_1; x_3)$ *такие, что справедливы неравенства*

$$\varphi(x_2) \geqslant 2\varphi(x_1)/(1 - \gamma); G(x_3) - G(x_2) \geqslant Dd^6/6 + Ad^4/4 + Bd^2/2 + 2Md, \tag{2}$$

то система (1) имеет по крайней мере один неустойчивый предельный цикл, лежащий в полосе $-x_3 \leqslant x \leqslant x_3$.

Теорема 2. *Если выполнены условия теоремы* 1 *и*

$$\varliminf_{x \to +\infty} (-f(x)) > 0, \tag{3}$$

то система (1) *имеет по крайней мере два предельных цикла.*