где все собственные значения матрицы $J_s(L_1)$ *по модулю меньше* 1, *а все собственные значения матрицы* $J_u(L_1)$ *по модулю больше* 1, $q = \dim J_s(L_1)$. *Тогда линейные дифференциальные системы* (1) и (3) *топологически эквивалентны тогда и только тогда, когда либо* $p = q$, $\det J_s(L)\det J_s(L_1) > 0$, $\det J_u(L)\det J_u(L_1) > 0$, *либо* $p = n - q$, $\det J_s(L)\det J_u^{-1}(L_1) > 0$, $\det J_u(L)\det J_s^{-1}(L_1) > 0$.

Литература

1. Денисковец А. А., Тыщенко В. Ю. *О приводимости, устойчивости и топологической эквивалентности одного класса линейных дифференциальных систем* // Весн. Гродненскага дзярж. ун-та. Сер. 2. 2012. № 3. С. 33–37.

2. Тыщенко В. Ю. *Накрывающие слоения дифференциальных систем.* Гродно: ГрГУ, 2011.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ПЯТОЙ СТЕПЕНИ ПО ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

В.С. Денисов

Витебский государственный технологический университет, Витебск, Беларусь
primakovasv@tut.by

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Dy^5 + Ay^3 + By + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad A > 0, \quad B > 0, \quad D > 0, \tag{1}$$

где функции $f(x)$ и $g(x)$ нечетные и удовлетворяют следующим условиям:

I. $\exists$ x_1, x_3, такие что $f(x) < 0$ на $(0, x_1)$; $f(x) > 0$ на (x_1, x_3); $g(x) < 0$ на $(0, \infty)$; $f(0) = f(x_1) = g(0) = 0$.

II.

$$G(x) = \int\limits_0^x -g(s)\,ds \to +\infty \quad \text{при} \quad x \to +\infty.$$

При $D = 0$ в работе [1] найдены достаточные условия существования по крайней мере двух предельных циклов системы (1).

Обозначим

$$M = \max_{[0;x_3]}|f(x)|, \quad \varphi(x) = \int\limits_0^x -g(s)f(s)\,ds,$$

d — единственный действительный корень уравнения $Dy^5 + Ay^3 + By - \gamma M = 0$.

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Если выполнены условия I, II, а также условие III.* $\exists\gamma > 1$, $\exists x_2 \in (x_1; x_3)$ *такие, что справедливы неравенства*

$$\varphi(x_2) \geqslant 2\varphi(x_1)/(1-\gamma); G(x_3) - G(x_2) \geqslant Dd^6/6 + Ad^4/4 + Bd^2/2 + 2Md, \tag{2}$$

то система (1) имеет по крайней мере один неустойчивый предельный цикл, лежащий в полосе $-x_3 \leqslant x \leqslant x_3$.

Теорема 2. *Если выполнены условия теоремы* 1 *и*

$$\varliminf_{x\to+\infty} (-f(x)) > 0, \tag{3}$$

то система (1) *имеет по крайней мере два предельных цикла.*

Вместо условия (2) теоремы 1 можно потребовать выполнение следующего условия: $\exists\gamma > 1$, такое, что верно неравенство

$$\varphi(x_3) \geqslant 2\varphi(x_2)/(1-\gamma) + (\gamma+1)M(Dd^6/6 + Ad^4/4 + Bd^2/2) \qquad (4)$$

Тогда верна

Теорема 3. *Если выполнены условия I, II, а также неравенства* (3) *и* (4), *то система* (1) *имеет по крайней мере один неустойчивый предельный цикл.*

В последнем случае неустойчивый предельный цикл не локализован.

Литература

1. Денисов В. С., Примакова О. О. *О существовании предельных циклов одной динамической системы с кубической нелинейностью* // Дифференциальные уравнения и системы компьютерной алгебры: материалы Междунар. конф, г. Брест, 2005. В 2-х ч. Ч. 1. Мн.: БГПУ, 2005. С. 102–107.

ИНТЕГРАЛЫ ЖОЛОНДЕКА $CD_{10}^{(11)}$, $CD_{31}^{(12)}$, $CD_{32}^{(12)}$

Л.В. Детченя[1], **А.П. Садовский**[2], **Т.В. Щеглова**[2]

[1] Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
detchenya_lv@mail.ru
[2] Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
sadovskii@bsu.by, shcheglovskaya@tut.by

Система

$$\dot{x} = -63(1+ax) + 9b(3x^2 - 4y) - 14xy^2, \quad \dot{y} = 3(9a(6x^3 - y) - 14y^3 + 63x^2(1+by) \qquad (1)$$

с комплексными параметрами a и b имеет интеграл Дарбу $H_1 = (x^3+y)^7/f_1^3$, где $f_1 = x^7 + 7x^4y/3 + 14xy^2/9 + ax + by + 1$.

Теорема 1. *Пусть* $f_1 = 0$ *— инвариантная кривая системы*

$$\dot{x} = P(x,y), \quad \dot{y} = Q(x,y), \qquad (2)$$

где P, Q *— полиномы третьей степени. Тогда система* (2) *имеет вид* (1).

Система

$$\dot{x} = -30x(3+2x^2) + x(-15+16ax)y + 8a(-3+2y),$$
$$\dot{y} = 10y(6(1+2x^2) - 8axy + 3y(3+y)) \qquad (3)$$

с комплексным параметром a имеет интеграл Дарбу

$$H_2 = \frac{(1+y+x^2y)^5}{y^3 f_2},$$

где $f_2 = a + x^5y + 5x^3(1+y)/2 + 15x(2+y)/8$.

Для системы (3) особая точка $A(70a/(32a^2-75), 6(8a^2+25)/(32a^2-75))$ — центр.

Теорема 2. *Пусть* $f_2 = 0$ *— инвариантная кривая системы* (2). *Тогда система* (2) *имеет вид* (3).

Система

$$\dot{x} = 2x(1 + 4ax(2+ax) - 3xy),$$
$$\dot{y} = 14(2a-y) + 12axy + 8a^2x(2+xy) - 3x(x+2y^2) \qquad (4)$$