Вместо условия (2) теоремы 1 можно потребовать выполнение следующего условия: $\exists\gamma > 1$, такое, что верно неравенство

$$\varphi(x_3) \geqslant 2\varphi(x_2)/(1-\gamma) + (\gamma+1)M(Dd^6/6 + Ad^4/4 + Bd^2/2) \tag{4}$$

Тогда верна

Теорема 3. *Если выполнены условия I, II, а также неравенства* (3) *и* (4), *то система* (1) *имеет по крайней мере один неустойчивый предельный цикл.*

В последнем случае неустойчивый предельный цикл не локализован.

Литература

1. Денисов В. С., Примакова О. О. *О существовании предельных циклов одной динамической системы с кубической нелинейностью* // Дифференциальные уравнения и системы компьютерной алгебры: материалы Междунар. конф, г. Брест, 2005. В 2-х ч. Ч. 1. Мн.: БГПУ, 2005. С. 102–107.

ИНТЕГРАЛЫ ЖОЛОНДЕКА $CD_{10}^{(11)}$, $CD_{31}^{(12)}$, $CD_{32}^{(12)}$

Л.В. Детченя [1], **А.П. Садовский** [2], **Т.В. Щеглова** [2]

[1] Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
detchenya_lv@mail.ru
[2] Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
sadovskii@bsu.by, shcheglovskaya@tut.by

Система

$$\dot{x} = -63(1+ax) + 9b(3x^2 - 4y) - 14xy^2, \quad \dot{y} = 3(9a(6x^3 - y) - 14y^3 + 63x^2(1+by) \tag{1}$$

с комплексными параметрами a и b имеет интеграл Дарбу $H_1 = (x^3+y)^7/f_1^3$, где $f_1 = x^7 + 7x^4y/3 + 14xy^2/9 + ax + by + 1$.

Теорема 1. *Пусть* $f_1 = 0$ *— инвариантная кривая системы*

$$\dot{x} = P(x,y), \quad \dot{y} = Q(x,y), \tag{2}$$

где P, Q *— полиномы третьей степени. Тогда система* (2) *имеет вид* (1).

Система

$$\begin{gathered}\dot{x} = -30x(3+2x^2) + x(-15+16ax)y + 8a(-3+2y),\\ \dot{y} = 10y(6(1+2x^2) - 8axy + 3y(3+y))\end{gathered} \tag{3}$$

с комплексным параметром a имеет интеграл Дарбу

$$H_2 = \frac{(1+y+x^2y)^5}{y^3 f_2},$$

где $f_2 = a + x^5y + 5x^3(1+y)/2 + 15x(2+y)/8$.

Для системы (3) особая точка $A(70a/(32a^2-75), 6(8a^2+25)/(32a^2-75))$ — центр.

Теорема 2. *Пусть* $f_2 = 0$ *— инвариантная кривая системы* (2). *Тогда система* (2) *имеет вид* (3).

Система

$$\begin{gathered}\dot{x} = 2x(1+4ax(2+ax) - 3xy),\\ \dot{y} = 14(2a-y) + 12axy + 8a^2x(2+xy) - 3x(x+2y^2)\end{gathered} \tag{4}$$

с комплексным параметром a имеет интеграл Дарбу

$$H_3 = \frac{(x^3(1+ax) + (1+xy)^2)^3}{f_3^2},$$

где $f_3 = 3x^6/8 + 3x^3(1+ax)(1+xy)/2 + (1+xy)^3$.

Теорема 3. *Пусть* $f_3 = 0$ *— инвариантная кривая системы* (2). *Тогда система* (2) *имеет вид* (4).

Интегралы Дарбу H_1, H_2, H_3 для кубических систем представлены в [1]. Кубическая система с интегралом Дарбу класса $CD_{10}^{(11)}$ рассматривалась в [2].

Литература

1. Żołądek H. *Remarks on the classification of reversible cubic systems with center* // Topological Methods in Nonlinear Analysis. Journal of the Juliusz Schauder Center. 1996. Vol. 8. P. 335–342.

2. Детченя Л. В., Садовский А. П., Щеглова Н. Л., Щеглова Т. В. *Кубическая система с интегралом Дарбу класса* $CD_{10}^{(11)}$ *Жолондека*// XI Белорус. матем. конф.: тез. докл. междунар. конф. Минск, 5–9 ноября 2012 г. Ч. 2. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2012. С. 24–25.

О СИЛЬНО ИЗОХРОННЫХ ЦЕНТРАХ КУБИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ВЫРОЖДЕННОЙ БЕСКОНЕЧНОСТЬЮ

Д. Доличанин-Джекич

Государственный университет в Новом Пазаре, Сербия
dolicanin_d@yahoo.com

Рассмотрим дифференциальную систему

$$\dot{x} = -y - P_2(x,y) - P_3(x,y), \quad \dot{y} = x + Q_2(x,y) + Q_3(x,y), \tag{1}$$

где $P_k(x,y)$ и $Q_k(x,y)$, $k = 2, 3$, — однородные полиномы степени k, удовлетворяющие условию $xQ_3(x,y) + yP_3(x,y) \equiv 0$, где $P_3^2(x,y) + Q_3^2(x,y) \neq 0$.

Такая система является подклассом систем с вырожденной бесконечностью, т. е. систем, у которых при компактификации Пуанкаре прямая в бесконечности сплошь заполнена особыми точками системы.

Теорема. *Исключая случай совершенной (равномерной) изохронности центра, когда* $\dot{\phi} = 1$, *особая точка* $O(0,0)$ *системы* (1) *может быть сильно изохронным центром* [1] *только второго порядка с* $\phi_0 = 0$. *Для того чтобы точка* $O(0,0)$ *была сильно изохронным центром второго порядка с* $\phi_0 = 0$, *необходимо и достаточно, чтобы линейной заменой координат и изменением масштаба времени система* (1) *приводилась к одной из систем:*

$$\dot{x} = -y + 2bxy - x(b^2xy), \quad \dot{y} = x - bx^2 + by^2 - y(b^2xy);$$

$$\dot{x} = -y - 2axy - x(2cxy), \quad \dot{y} = x + ax^2 - ay^2 - y(2cxy);$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -y + ax^2 - 2bxy + x\left(abx^2 + \dfrac{1}{4}(a^2 - 4b^2 - c^2)xy\right), \\ \dot{y} = x + bx^2 + axy - by^2 + y\left(abx^2 + \dfrac{1}{4}(a^2 - 4b^2 - c^2)xy\right), \quad b \neq 0. \end{cases}$$

Литература

1. Амелькин В. В., Чинь Зань Данг. *О сильной изохронности дифференциальных систем Коши — Римана* // Весцi АН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 1993. № 2. С. 26–30.