ИССЛЕДОВАНИЕ УХОДЯЩИХ ДВИЖЕНИЙ

А.Ф. Зубова, И.С. Стрекопытов, С.А. Стрекопытов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
ddemidova@mail.ru

Предлагается методика исследования движений, позволяющая изучить окрестность уходящей траектории и основанная на анализе структуры инвариантного множества.

Определение 1. Назовем уходящее движение $f(p,t)$ *положительно устойчивым по Пуассону в расширенном смысле по отношению к пространству* R_1, если существует хотя бы одна ω-предельная точка движения $f(p_1,p_2,t)$, принадлежащая самому движению, т. е. существует момент времени t^* такой, что $f_1(p_1,p_2,t^*) = q_1$, $q_1 \in \Omega_{f_1}$.

Аналогичное определение можно ввести и в случае $t \to -\infty$.

Определение 2. Замкнутое в R R_1-инвариантное множество M динамической системы $f(p,t) = (f_1(p_1,p_2,t), f_2(p_1,p_2,t))$ называется *устойчивым по Ляпунову*, если по любому $\varepsilon > 0$ можно указать величину $\delta > 0$ такую, что при $\rho(p,M) < \delta$ выполняется

$$\rho_1(f_1(p_1,p_2,t), M \cap R_1) < \varepsilon \quad \text{при} \quad t \geqslant 0.$$

Теорема 1. *Для того чтобы замкнутое R_1-инвариантное множество M было устойчивым по Ляпунову, необходимо и достаточно, чтобы существовал функционал $V(p)$, заданный в окрестности $S(M \bigcap R_1) \times R_2$ множества $(M \bigcap R_1) \times R_2$, удовлетворяющий условиям:*

1) $\forall c_1 > 0, \exists c_2 > 0\colon V(p) > c_2$ *при* $\rho_1(p_1, M \bigcap R_1) > c_1$;

2) $\forall \gamma_2 > 0, \exists \gamma_1 > 0 : V(p) \leqslant \gamma_2$ *при* $\rho_1(p_1, M \bigcap R_1) < \gamma_1$;

3) $N(f(p,t))$ *является невозрастающей функцией при* $t \geqslant 0$, $p \in S(M,r)$, *пока* $f_1(p,t)$ *остается в* $S(M \bigcap R_1, r)$.

Определение 3. Множество $M \subset R = R_1 \times R_2$ назовем R_1-*инвариантным по отношению к динамической системе* $f(p,t) = (f_1(p_1,p_2,t), f_2(p_1,p_2,t))$, если из $p \in$ $\in M$ следует: $f_1(p,t) \in M_{R_1}$, $\forall t \geqslant 0$, $M_{R_1} = \{p_1 \in R_1\colon \exists p_2 \in R_2, (p_1,p_2) \in M\}$.

Обозначим $M_{R_1} = M \bigcap R_1$. В качестве примера R_1-инвариантного множества в R можно привести множество $Q = \{q \times p(q_1)\}$. Действительно, из $p \in Q$ следует $f_1(p,t) \equiv q_1$, $f_1(p,I) \subset Q_{R_1} = q_1$. Таким образом, верна следующая

Теорема 2. *Множество точек $Q = \{q \times p(q_1)\}$ есть инвариантное замкнутое множество.*

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ВАЛЛЕ — ПУССЕНА ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА ВТОРОГО ПОРЯДКА

А.И. Кашпар, В.Н. Лаптинский

Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь
alex.kashpar@tut.by, lavani@tut.by

Рассматривается краевая задача типа [1]:

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}(t)\dot{\mathbf{X}} + \dot{\mathbf{X}}\mathbf{B}(t) + \lambda(\mathbf{A}_1(t)\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{B}_1(t)) + \lambda(\mathbf{A}_2(t)\dot{\mathbf{X}} + \dot{\mathbf{X}}\mathbf{B}_2(t)) + \mathbf{F}(t), \qquad (1)$$