$$\mathbf{X}(0,\lambda)=\mathbf{M}, \quad \mathbf{X}(\omega,\lambda)=\mathbf{N}, \quad \mathbf{X}\in\mathbb{R}^{n\times m}, \tag{2}$$

где $\mathbf{F}(t)$, $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{A}_i(t)$, $\mathbf{B}_i(t)$ $(i=1,2)$ — матрицы класса $\mathbb{C}[0,\omega]$ соответствующих размерностей; $\mathbf{M},\mathbf{N}$ — заданные вещественные матрицы; $\omega>0$, $\lambda\in\mathbb{R}$.

В данной работе на основе применения метода [2, гл. I] получены конструктивные достаточные условия однозначной разрешимости задачи (1), (2), представляющие собой обобщение и развитие результатов [1, 3].

Введем следующие обозначения:

$$\lambda_U=\max_{0\leqslant\tau\leqslant t\leqslant\omega}\|\mathbf{U}(t)\mathbf{U}^{-1}(\tau)\|, \quad \lambda_V=\max_{0\leqslant\tau\leqslant t\leqslant\omega}\|\mathbf{V}^{-1}(\tau)\mathbf{V}(t)\|, \quad \alpha_i=\max_{0\leqslant t\leqslant\omega}\|\mathbf{A}_i(t)\|,$$

$$\beta_i=\max_{0\leqslant t\leqslant\omega}\|\mathbf{B}_i(t)\|, \quad \gamma=\|\mathbf{\Phi}^{-1}\|, \quad \varepsilon=|\lambda|, \quad a=\frac{1}{3}\gamma\omega^3\lambda_U^2\lambda_V^2(\alpha_1+\beta_1), \quad b=\frac{1}{2}\gamma\omega^2\lambda_U^2\lambda_V^2(\alpha_2+\beta_2),$$

где $\mathbf{U}(t)$, $\mathbf{V}(t)$ — интегральные матрицы уравнений

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt}=\mathbf{A}(t)\mathbf{U}, \quad \mathbf{U}(0)=\mathbf{E}_n, \quad \frac{d\mathbf{V}}{dt}=\mathbf{V}\mathbf{B}(t), \quad \mathbf{V}(0)=\mathbf{E}_m,$$

$\mathbf{\Phi}$ — линейный оператор, $\mathbf{\Phi}\mathbf{Z}(t)=\int_0^\omega\mathbf{U}(\tau)\mathbf{Z}(t)\mathbf{V}(\tau)\,d\tau$, $t\neq\tau$, $\mathbf{E}_k$ — единичная матрица порядка k.

Теорема. *Пусть выполнено условие $\varepsilon(a+b)<1$. Тогда задача* (1), (2) *однозначно разрешима, ее решение представимо как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций, определяемых рекуррентным интегральным соотношением и удовлетворяющих условиям* (2).

Литература

1. Кашпар А. И., Лаптинский В. Н. *О задаче Валле — Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка* // XI Белорус. матем. конф.: тез. докл. Междунар. науч. конф., Минск, 5–9 ноября 2012 г. Ч. 2. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2012. С. 32.

2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

3. Кашпар А. И. *О задаче Валле — Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка* // XV Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. междунар. науч. конф., Гродно, 13–16 мая 2013 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2013. С. 57.

ЦЕНТРЫ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТИПА ЛЬЕНАРА ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ

А.А. Кушнер

EPAM SYSTEMS, Минск, Беларусь
vesna85@tut.by

Рассмотрим систему

$$x'=y(1+Dx+Px^2+Fx^3),$$

$$y'=-x+Ax^2+3Bxy+Cy^2+Kx^3+3Lx^2y+Mxy^2+Ny^3+Rx^4+3Sx^3y+Wx^2y^2+Vxy^3, \tag{1}$$

где $A,B,C,D,F,K,L,M,N,P,R,S,W,V\in\mathbb{C}$.

Фокусные величины f_i, $i=1,2,\ldots$, являются полиномами из кольца $\mathbb{C}[p]$, где $p=(A,B,C,D,F,K,L,M,N,P,R,S,W,V)$. Образуем идеал $T=\langle f_1,f_2,\ldots,f_k,\ldots\rangle\subset\subset\mathbb{C}[p]$. Тогда $\mathbb{V}(T)=\{p\in\mathbb{C}^{14}:\forall f\in T,\ f(p)=0\}$ является многообразием центра системы (1). Начало координат системы (1) — центр тогда и только тогда, когда $p\in\in\mathbb{V}(T)$. Положим $\omega=A+C$, $\psi=A+2C$, $\tau=A+3C$, $\kappa=C+D$, $\alpha=11A+23C$. Образуем идеалы:

$$J_1 = \langle 9\omega + 4\kappa, B\omega + L, W, C\omega^2 + 4R, V, 3\omega^2(3A + 7C)^2 + 32(2A + 5C)F, 4S - B\omega^2, (A - 3C)\omega + 4K, 8(2A+5C)P - \omega(27A^2 + 117CA + 124C^2), C\omega(9A+23C) + 8(2A+5C)M, N\rangle,$$

$$J_2 = \langle D - 2C, -4BC + 3(L + N), 4C^4 + 108BNC - 9WC + 81N^2, 4C^3 + 9R, 6C^3V - N(4C^4 + 162BNC + 243N^2), 27F - 8C^3, 9S - 2C(2BC - 3N), 16C^2 + 9K, 3P - 4C^2, 3A + 7C, 4C^4 - 3MC^2 + 54BNC + 81N^2\rangle,$$

$$J_3 = \langle 9\omega + 4\kappa, B\omega + L, 8W - \psi(A^2 - C^2 - 8M), \omega^2(A + 5C)^2 + 16(A + 4C)R, V, 3\psi\omega^2 + 8F, 4S - B\omega^2, \omega\,(A^2 - 4CA - 33C^2) + 8(A + 4C)K, 8P - \omega(13A + 23C), N\rangle,$$

$$J_4 = \langle 9\omega + 4\kappa, B\omega + L + N, 3\tau(5A+9C)(7A+19C)\omega^2 + 192B(7A+19C)N\omega + 1536\psi N^2 + 32\tau(7A + 19C)W, 3\omega^2\tau^2 + 2(7A + 19C)R, -384N^3 - 96B(7A + 19C)N^2 - \omega\tau(5A + 9C)(7A + 19C)N + 8\tau^2(7A + 19C)V, (5A + 9C)\omega^2 + 16F, -B(7A + 19C)\omega^2 - 4(5A + 13C)N\omega + 4(7A + 19C)S, 16(7A + 19C)K - \omega(11A^2 + 198CA + 459C^2), 2P - \omega(3A + 5C), -768N^2 - 192B(7A + 19C)N - \omega\tau(7A + 19C)(15A + 19C) + 16\tau(7A + 19C)M\rangle,$$

$$J_5 = \langle 9\omega + 4\kappa, -3\omega^2\psi(A + 5C)(3A + 7C)^2 + 48\alpha LN(3A + 7C) + 16\alpha(29A + 73C)N^2, 3\psi(A + 5C)(3A + 7C)\omega^3 + 16\alpha(11A + 31C)N^2 + 2(A + 5C)(3A + 7C)\alpha W, 3(A + 5C)\omega^2 + 32R, -128\alpha N^3 + 4\omega^2\psi(A + 5C)(3A + 7C)N + \omega(A + 5C)(3A + 7C)\alpha V, 4\omega^2\psi^2 + \alpha F, 3\psi(A + 5C)(3A + 7C)^2\omega^3 - 32\alpha(19A + 47C)N^2\omega + 192(3A + 7C)\alpha NS, (A - 19C)\omega + 16K, 8\alpha P - \omega(141A^2 + 538CA + 509C^2), -(A + 5C)(3A + 7C)(39A^2 + 14CA - 137C^2)\omega^2 + 16(A + 5C)(3A + 7C)\alpha M\omega - 2048\tau\alpha N^2, 3\omega^2\psi(A + 5C)(3A + 7C)^2 + 48B\omega\alpha N(3A + 7C) - 64(5A + 13C)\alpha N^2\rangle,$$

$$J_6 = \langle 9\omega + 4\kappa, B(41A + 45C) + 32L, 3(9A + 13C)(23A + 19C)\alpha B^2 + 768\omega^2\psi^2(A + 5C) + 128(A + 5C)\alpha W, 3(A + 5C)\omega^2 + 32R, -3(9A + 13C)^2\alpha(31A + 59C)B^3 - 16\omega\psi(A + 5C)(9A + 13C)(13A^2 + 26CA - 3C^2)B + 4096\psi\tau(A + 5C)\alpha V, (A - 19C)\omega + 16K, 8\alpha P - \omega(141A^2 + 538CA + 509C^2), B(-9A - 13C) + 32N, 4\omega^2\psi^2 + \alpha F, 64S - B\omega(25A + 29C), -3(9A + 13C)\alpha(31A + 59C)B^2 - 8\omega\psi(A + 5C)(129A^2 + 386CA + 241C^2) + 128\psi(A + 5C)\alpha M, (9A + 13C)\alpha(27A^2 + 58CA - C^2)B^2 + 48\omega^2\psi(A + 5C)(3A + 7C)^2\rangle.$$

Теорема. *Имеет место включение* $\bigcup_{k=1}^{6} \mathbb{V}(I_k) \subset \mathbb{V}(T)$.

Литература

1. Кокс Д., Литл Дж., О'Ши Д. *Идеалы, Многообразия и алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры.* М.: Мир, 2000.

ТЕОРЕМЫ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПОГЛОЩАЮЩЕГО МНОЖЕСТВА И АТТРАКТОРА L-СИСТЕМЫ

А.А. Леваков, Я.Б. Задворный

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

levakov@tut.by, slava.zadvorny@gmail.com

Пусть $f(t, x)$ — полунепрерывная полудинамическая система, заданная на метрическом пространстве (X, ρ). Назовем ее L-системой, если существует постоянная $\omega \geqslant 0$ такая, что, если последовательность движений $\varphi_n(t)$ ограничена на некотором отрезке $[a - \omega, b]$, то из нее можно выбрать подпоследовательность, сходящуюся при каждом $t \in [a, b]$ к некоторому движению $\varphi(t)$.