$$J_1 = \langle 9\omega + 4\kappa, B\omega + L, W, C\omega^2 + 4R, V, 3\omega^2(3A + 7C)^2 + 32(2A + 5C)F, 4S - B\omega^2, (A - 3C)\omega + 4K, 8(2A + 5C)P - \omega(27A^2 + 117CA + 124C^2), C\omega(9A + 23C) + 8(2A + 5C)M, N\rangle,$$

$$J_2 = \langle D - 2C, -4BC + 3(L + N), 4C^4 + 108BNC - 9WC + 81N^2, 4C^3 + 9R, 6C^3V - N(4C^4 + 162BNC + 243N^2), 27F - 8C^3, 9S - 2C(2BC - 3N), 16C^2 + 9K, 3P - 4C^2, 3A + 7C, 4C^4 - 3MC^2 + 54BNC + 81N^2\rangle,$$

$$J_3 = \langle 9\omega + 4\kappa, B\omega + L, 8W - \psi(A^2 - C^2 - 8M), \omega^2(A + 5C)^2 + 16(A + 4C)R, V, 3\psi\omega^2 + 8F, 4S - B\omega^2, \omega\,(A^2 - 4CA - 33C^2) + 8(A + 4C)K, 8P - \omega(13A + 23C), N\rangle,$$

$$J_4 = \langle 9\omega + 4\kappa, B\omega + L + N, 3\tau(5A + 9C)(7A + 19C)\omega^2 + 192B(7A + 19C)N\omega + 1536\psi N^2 + 32\tau(7A + 19C)W, 3\omega^2\tau^2 + 2(7A + 19C)R, -384N^3 - 96B(7A + 19C)N^2 - \omega\tau(5A + 9C)(7A + 19C)N + 8\tau^2(7A + 19C)V, (5A + 9C)\omega^2 + 16F, -B(7A + 19C)\omega^2 - 4(5A + 13C)N\omega + 4(7A + 19C)S, 16(7A + 19C)K - \omega(11A^2 + 198CA + 459C^2), 2P - \omega(3A + 5C), -768N^2 - 192B(7A + 19C)N - \omega\tau(7A + 19C)(15A + 19C) + 16\tau(7A + 19C)M\rangle,$$

$$J_5 = \langle 9\omega + 4\kappa, -3\omega^2\psi(A + 5C)(3A + 7C)^2 + 48\alpha LN(3A + 7C) + 16\alpha(29A + 73C)N^2, 3\psi(A + 5C)(3A + 7C)\omega^3 + 16\alpha(11A + 31C)N^2 + 2(A + 5C)(3A + 7C)\alpha W, 3(A + 5C)\omega^2 + 32R, -128\alpha N^3 + 4\omega^2\psi(A + 5C)(3A + 7C)N + \omega(A + 5C)(3A + 7C)\alpha V, 4\omega^2\psi^2 + \alpha F, 3\psi(A + 5C)(3A + 7C)^2\omega^3 - 32\alpha(19A + 47C)N^2\omega + 192(3A + 7C)\alpha NS, (A - 19C)\omega + 16K, 8\alpha P - \omega(141A^2 + 538CA + 509C^2), -(A + 5C)(3A + 7C)(39A^2 + 14CA - 137C^2)\omega^2 + 16(A + 5C)(3A + 7C)\alpha M\omega - 2048\tau\alpha N^2, 3\omega^2\psi(A + 5C)(3A + 7C)^2 + 48B\omega\alpha N(3A + 7C) - 64(5A + 13C)\alpha N^2\rangle,$$

$$J_6 = \langle 9\omega + 4\kappa, B(41A + 45C) + 32L, 3(9A + 13C)(23A + 19C)\alpha B^2 + 768\omega^2\psi^2(A + 5C) + 128(A + 5C)\alpha W, 3(A + 5C)\omega^2 + 32R, -3(9A + 13C)^2\alpha(31A + 59C)B^3 - 16\omega\psi(A + 5C)(9A + 13C)(13A^2 + 26CA - 3C^2)B + 4096\psi\tau(A + 5C)\alpha V, (A - 19C)\omega + 16K, 8\alpha P - \omega(141A^2 + 538CA + 509C^2), B(-9A - 13C) + 32N, 4\omega^2\psi^2 + \alpha F, 64S - B\omega(25A + 29C), -3(9A + 13C)\alpha(31A + 59C)B^2 - 8\omega\psi(A + 5C)(129A^2 + 386CA + 241C^2) + 128\psi(A + 5C)\alpha M, (9A + 13C)\alpha(27A^2 + 58CA - C^2)B^2 + 48\omega^2\psi(A + 5C)(3A + 7C)^2\rangle.$$

Теорема. *Имеет место включение* $\bigcup_{k=1}^{6} \mathbb{V}(I_k) \subset \mathbb{V}(T)$.

Литература

1. Кокс Д., Литл Дж., О'Ши Д. *Идеалы, Многообразия и алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры.* М.: Мир, 2000.

ТЕОРЕМЫ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПОГЛОЩАЮЩЕГО МНОЖЕСТВА И АТТРАКТОРА L-СИСТЕМЫ

А.А. Леваков, Я.Б. Задворный

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

levakov@tut.by, slava.zadvorny@gmail.com

Пусть $f(t, x)$ — полунепрерывная полудинамическая система, заданная на метрическом пространстве (X, ρ). Назовем ее L-системой, если существует постоянная $\omega \geqslant 0$ такая, что, если последовательность движений $\varphi_n(t)$ ограничена на некотором отрезке $[a - \omega, b]$, то из нее можно выбрать подпоследовательность, сходящуюся при каждом $t \in [a, b]$ к некоторому движению $\varphi(t)$.

Пусть X — произвольное множество, ρ_1, ρ_2 — две метрики на множестве X, такие что $\rho_1(x,y) \leqslant \rho_2(x,y)$ $\forall x, y \in X$, $f(t,x)$ — L-система на метрическом пространстве (X, ρ_2). Будем обозначать $S_i(x_0, r) = \{x \in X \mid \rho_i(x_0, x) < r\}$, $\beta_i(A,B) = \sup\limits_{a \in A} \rho_i(a, B)$, $x_0 \in X$, $r > 0$, $A, B \subseteq X$, $i = 1, 2$.

Множество $B_0 \subseteq X$ называется поглощающим множеством L-системы $f(t,x)$, если для любого множества $B \subseteq X$, ограниченного в (X, ρ_2), существует такой момент времени $T \geqslant 0$, что $f(t,B) \subseteq B_0$ $\forall t \geqslant T$.

Непустое множество $U \subseteq X$ называется аттрактором L-системы $f(t,x)$, если для него выполнены следующие свойства:

1) U компактно в (X, ρ_2);

2) для любого ограниченного в (X, ρ_2) множества $B \subseteq X$ выполнено

$$\beta_2(f(t,B), U) \to 0;$$

3) U строго инвариантно, т. е. $f(t,U) = U$, $\forall t \geqslant 0$.

Будем говорить, что L-система $f(t,x)$ удовлетворяет условию Q относительно метрик ρ_1 и ρ_2, если $\exists \eta \geqslant 0$ такое, что всякая последовательность φ_n движений L-системы $f(t,x)$, ограниченная в (X, ρ_1) на отрезке $[a - \eta, b]$, является ограниченной в (X, ρ_2) на отрезке $[a, b]$.

Теорема 1. *Пусть $f(t,x)$ — L-система в пространстве (X, ρ_2), удовлетворяющая условию Q относительно метрик ρ_1 и ρ_2. Предположим, что в пространстве X существует функция $V(u)$, $V : X \to \mathbb{R}$, непрерывная в пространстве (X, ρ_2) и обладающая вне шара $S_2(O, r_0)$, $O \in X$, $r_0 > 0$, следующими свойствами:*

1) $V(u) \leqslant a(\rho_2(u, O)), \forall u \notin S_2(O, r_0)$ где $a(r)$, $r \geqslant 0$, — положительная непрерывная возрастающая функция;

2) $V(u) \to \infty$ при $\rho_1(u, O) \to \infty$;

3) для каждого движения системы $\varphi(t)$ и для любых двух моментов времени t_1, t_2, $t_1 < t_2$, выполнено $V(\varphi(t_1)) \geqslant V(\varphi_x(t_2))$, если только $\varphi(t) \notin S_2(O, r_0)$, $\forall t \in \in [t_1; t_2]$;

4) не существует полного движения системы $\varphi_x^\infty(t) \notin S_2(O, r_0)$, $\forall t \in \mathbb{R}$, такого что $V(\varphi_x^\infty(t)) = V(x)$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

Тогда L-система $f(t,x)$ обладает поглощающим множеством, ограниченным в (X, ρ_1) и относительно компактным в (X, ρ_2).

Теорема 2. *Если L-система $f(t,x)$ обладает поглощающим множеством B_0, ограниченным в (X, ρ_1), и удовлетворяет условию Q относительно метрик ρ_1 и ρ_2, то она обладает и аттрактором.*

К ПОСТРОЕНИЮ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПАРАМЕТРОМ

В.А. Ливинская

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь

Изучается задача о периодических решениях с периодом ω уравнения типа [1]

$$\frac{d^2X}{dt^2} = \lambda^2 A(t)X + \lambda X B(t) + F_0(t) + \lambda F_1(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n \times m}, \tag{1}$$

где $A(t), B(t), F_i(t) (i = 0, 1)$ — вещественные непрерывные ω-периодические матрицы соответствующих размерностей, $\lambda \in \mathbb{R}$.