Пусть X — произвольное множество, ρ_1, ρ_2 — две метрики на множестве X, такие что $\rho_1(x,y) \leqslant \rho_2(x,y)$ $\forall x,y \in X$, $f(t,x)$ — L-система на метрическом пространстве (X,ρ_2). Будем обозначать $S_i(x_0,r) = \{x \in X \mid \rho_i(x_0,x) < r\}$, $\beta_i(A,B) = \sup\limits_{a \in A} \rho_i(a,B)$, $x_0 \in X$, $r > 0$, $A, B \subseteq X$, $i = 1,2$.

Множество $B_0 \subseteq X$ называется поглощающим множеством L-системы $f(t,x)$, если для любого множества $B \subseteq X$, ограниченного в (X,ρ_2), существует такой момент времени $T \geqslant 0$, что $f(t,B) \subseteq B_0$ $\forall t \geqslant T$.

Непустое множество $U \subseteq X$ называется аттрактором L-системы $f(t,x)$, если для него выполнены следующие свойства:

1) U компактно в (X,ρ_2);

2) для любого ограниченного в (X,ρ_2) множества $B \subseteq X$ выполнено

$$\beta_2(f(t,B),U) \to 0;$$

3) U строго инвариантно, т. е. $f(t,U) = U$, $\forall t \geqslant 0$.

Будем говорить, что L-система $f(t,x)$ удовлетворяет условию Q относительно метрик ρ_1 и ρ_2, если $\exists \eta \geqslant 0$ такое, что всякая последовательность φ_n движений L-системы $f(t,x)$, ограниченная в (X,ρ_1) на отрезке $[a-\eta,b]$, является ограниченной в (X,ρ_2) на отрезке $[a,b]$.

Теорема 1. *Пусть $f(t,x)$ — L-система в пространстве (X,ρ_2), удовлетворяющая условию Q относительно метрик ρ_1 и ρ_2. Предположим, что в пространстве X существует функция $V(u)$, $V : X \to \mathbb{R}$, непрерывная в пространстве (X,ρ_2) и обладающая вне шара $S_2(O,r_0)$, $O \in X$, $r_0 > 0$, следующими свойствами:*

1) $V(u) \leqslant a(\rho_2(u,O)), \forall u \notin S_2(O,r_0)$ где $a(r)$, $r \geqslant 0$, — положительная непрерывная возрастающая функция;

2) $V(u) \to \infty$ при $\rho_1(u,O) \to \infty$;

3) для каждого движения системы $\varphi(t)$ и для любых двух моментов времени t_1, t_2, $t_1 < t_2$, выполнено $V(\varphi(t_1)) \geqslant V(\varphi_x(t_2))$, если только $\varphi(t) \notin S_2(O,r_0)$, $\forall t \in$ $\in [t_1;t_2]$;

4) не существует полного движения системы $\varphi_x^\infty(t) \notin S_2(O,r_0)$, $\forall t \in \mathbb{R}$, такого что $V(\varphi_x^\infty(t)) = V(x)$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

Тогда L-система $f(t,x)$ обладает поглощающим множеством, ограниченным в (X,ρ_1) и относительно компактным в (X,ρ_2).

Теорема 2. *Если L-система $f(t,x)$ обладает поглощающим множеством B_0, ограниченным в (X,ρ_1), и удовлетворяет условию Q относительно метрик ρ_1 и ρ_2, то она обладает и аттрактором.*

К ПОСТРОЕНИЮ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПАРАМЕТРОМ

В.А. Ливинская

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь

Изучается задача о периодических решениях с периодом ω уравнения типа [1]

$$\frac{d^2X}{dt^2} = \lambda^2 A(t)X + \lambda X B(t) + F_0(t) + \lambda F_1(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times m}, \tag{1}$$

где $A(t), B(t), F_i(t) (i = 0,1)$ — вещественные непрерывные ω-периодические матрицы соответствующих размерностей, $\lambda \in \mathbb{R}$.

С помощью метода [2, гл. 2] получены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости задачи, а также алгоритм построения решения.

Примем следующие обозначения:

$$\tilde{B}(\omega)=\int\limits_0^\omega B(\tau)\,d\tau,\quad \gamma=\|\tilde{B}^{-1}(\omega)\|,\quad \alpha=\max_t\|A(t)\|,\quad \beta=\max_t\|B(t)\|,$$

$$q_1=\frac{1}{4}\gamma\beta^2\omega^3+\gamma\alpha\omega,\quad q_2=\frac{1}{4}\gamma\alpha\beta\omega^3,$$

где $t\in[0,\omega]$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц.

Теорема. *Пусть выполнено условие* $\det\tilde{B}(\omega)\neq 0$. *Тогда в области* $0<|\lambda|<2/(q_1+\sqrt{q_1^2+4q_2})$ ω *-периодическое решение уравнения* (1) *существует и единственно. Это решение представимо в виде*

$$X(t,\lambda)=\sum_{k=0}^\infty \lambda^{k-1}X_{k-1}(t), \tag{2}$$

где матрицы $X_{k-1}(t)$ *определяются рекуррентным интегральным соотношением типа* [1, 2].

Изучены вопросы сходимости, скорости сходимости ряда (2).

Литература

1. Лаптинский В. Н., Ливинская В. А. *О периодических решениях линейного матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром* // XV Междунар. науч. конф. по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2013): тез. докл. Междунар. науч. конф. Ч. 1. 2013. С. 59–60.

2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С РАЦИОНАЛЬНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

С.В. Майоровская [1], **В.В. Мироненко** [2]

[1] Белорусский государственный экономический университет, Минск, Беларусь
svmayor@mail.ru

[2] Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
vladimir.v.mironenko@gmail.com

Далее для функции вида $m=m(t)$ будем полагать $\overline{m}=m(-t)$.

Теорема. *Пусть для дифференциального уравнения*

$$\frac{dx}{dt}=\frac{a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0}{x^2-a}$$

с непрерывно дифференцируемыми 2ω *-периодическими коэффициентами, удовлетворяющими соотношениям*

$$a_0=a^2a_4,\quad a_1=aa_3-\dot{a},$$

функции a_4 *и*

$$\alpha_0=\frac{1}{4}\frac{d}{dt}(\frac{a_3+\overline{a}_3}{a_4})-\frac{a_3^2+\overline{a}_3^2}{8a_4}-2aa_4-\frac{(a_3+\overline{a}_3)^2}{16a_4^2}$$