С помощью метода [2, гл. 2] получены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости задачи, а также алгоритм построения решения.

Примем следующие обозначения:

$$\tilde{B}(\omega)=\int\limits_0^{\omega} B(\tau)\,d\tau, \quad \gamma=\|\tilde{B}^{-1}(\omega)\|, \quad \alpha=\max_t\|A(t)\|, \quad \beta=\max_t\|B(t)\|,$$

$$q_1=\frac{1}{4}\gamma\beta^2\omega^3+\gamma\alpha\omega, \quad q_2=\frac{1}{4}\gamma\alpha\beta\omega^3,$$

где $t\in[0,\omega]$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц.

Теорема. *Пусть выполнено условие* $\det\tilde{B}(\omega)\neq 0$. *Тогда в области* $0<|\lambda|<2/(q_1+\sqrt{q_1^2+4q_2})$ ω*-периодическое решение уравнения* (1) *существует и единственно. Это решение представимо в виде*

$$X(t,\lambda)=\sum_{k=0}^{\infty}\lambda^{k-1}X_{k-1}(t), \tag{2}$$

где матрицы $X_{k-1}(t)$ *определяются рекуррентным интегральным соотношением типа* [1, 2].

Изучены вопросы сходимости, скорости сходимости ряда (2).

Литература

1. Лаптинский В. Н., Ливинская В. А. *О периодических решениях линейного матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром* // XV Междунар. науч. конф. по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2013): тез. докл. Междунар. науч. конф. Ч. 1. 2013. С. 59–60.

2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С РАЦИОНАЛЬНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

С.В. Майоровская[1], **В.В. Мироненко**[2]

[1] Белорусский государственный экономический университет, Минск, Беларусь
svmayor@mail.ru
[2] Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
vladimir.v.mironenko@gmail.com

Далее для функции вида $m=m(t)$ будем полагать $\overline{m}=m(-t)$.

Теорема. *Пусть для дифференциального уравнения*

$$\frac{dx}{dt}=\frac{a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0}{x^2-a}$$

с непрерывно дифференцируемыми 2ω*-периодическими коэффициентами, удовлетворяющими соотношениям*

$$a_0=a^2a_4, \quad a_1=aa_3-\dot{a},$$

функции a_4 *и*

$$\alpha_0=\frac{1}{4}\frac{d}{dt}\left(\frac{a_3+\overline{a}_3}{a_4}\right)-\frac{a_3^2+\overline{a}_3^2}{8a_4}-2aa_4-\frac{(a_3+\overline{a}_3)^2}{16a_4^2}$$

нечетны. Тогда все продолжимые на $[-\omega, \omega]$ *решения этого уравнения являются* 2ω *-периодическими.*

Доказательство теоремы основано на том, что для рассматриваемого дифференциального уравнения функция $F(t, x)$, определяемая уравнением

$$F - \frac{\overline{a}}{F} = x - \frac{a}{x} + \frac{a_3 + \overline{a}_3}{2a_4},$$

является отражающей функцией [1].

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем.* Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004.

РАЗРЕШИМОСТЬ И СТРУКТУРНЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА — РИККАТИ

О.А. Маковецкая

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
olya.makzi@gmail.com

Рассмотрим краевую задачу

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + XQ(t)X + F(t, X), \quad X(t) \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

$$X(0) = X(\omega), \tag{2}$$

где $t \in I$, $A, B, Q \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $F \in \mathbb{C}(D_{\tilde{\rho}}, \mathbb{R}^{n\times n})$. Предполагается, что матрица-функция $F(t, X)$ в области $D_{\tilde{\rho}} = \{(t, X) : t \in I, \ \|X\| < \tilde{\rho}\}$ удовлетворяет относительно X условию Липшица (локально); $F(t, 0) \not\equiv 0$, $I = [0, \omega]$, $\omega > 0$, $0 < \tilde{\rho} \leqslant \infty$.

Следуя [1], решение этой задачи разыскивается в виде

$$X(t) = C + Y(t), \tag{3}$$

где C — постоянная матрица, $Y(t)$ — матрица, подчиненная условиям [2]

$$Y(0) = Y(\omega), \quad \int\limits_0^\omega [A(\tau)Y(\tau) + Y(\tau)B(\tau)]\, d\tau = 0.$$

Обозначим $M = \int_0^\omega A(\tau)d\tau$, $N = -\int_0^\omega B(\tau)\, d\tau$.

Установлено, что в случае, когда матрицы M и N не имеют общих характеристических чисел, задача (1), (2) в представлении (3) эквивалентна интегральной задаче [2]

$$C = -\Phi^{-1} \int\limits_0^\omega [(C + Y(\tau))Q(\tau)(C + Y(\tau)) + F(\tau, C + Y(\tau))]d\tau, \tag{4}$$

$$Y(t) = \Phi^{-1}\Big[\int\limits_0^t \Big(\int\limits_0^\tau A(\sigma)d\sigma \Big) S(\tau)d\tau - \int\limits_t^\omega \Big(\int\limits_\tau^\omega A(\sigma)d\sigma \Big) S(\tau)d\tau +$$