Доказательство основано на том, что прибавление к правой части дифференциального уравнения Риккати слагаемого $\alpha(t)(m+nx_0+px_0^2)$ не меняет отражающую функцию [1] этого уравнения. А поскольку при таком прибавлении мы получаем новое уравнение Риккати с известным постоянным решением $x(t)\equiv x_0$, то мы найдем начальные данные всех 2ω-периодических решений исходного уравнения.

Функция $\alpha(t)$ находится из того условия, что отношение $A(t)/\alpha(t)$ доопределяется до непрерывной на $\mathbf{R}$ функции. Так, например, для дифференциального уравнения

$$\dot{x}=e^{\sin t}\sin t+x\cos t+x^2e^{-\sin t}\sin t$$

число $x_0=0$, $n=0$, $m=e^{\sin t}$, $p=e^{-\sin t}$.

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем.* Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004.

О ПОСТРОЕНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

С.В. Подолян

Могилевский государственный технологический университет, Могилев, Беларусь
mti@mogilev.by

Рассматривается задача о периодических решениях с периодом ω уравнения

$$\frac{dX}{dt}=\lambda^2A(t)X+\lambda XB(t)+F(t),\quad X\in\mathbb{R}^{n\times m},\tag{1}$$

где $A(t),B(t),F(t)$ — действительные непрерывные ω–периодические матрицы подходящих размеров, $\lambda\in\mathbb{R}$.

В настоящей работе, являющейся продолжением [1] и развитием [2, 3], на основе применения метода [4, гл. II] получены коэффициентные достаточные условия существования и единственности ω-периодического решения уравнения (1), а также дан алгоритм его построения.

Примем следующие обозначения:

$$\tilde{B}(\omega)=\int\limits_0^\omega B(\tau)d\tau,\quad \gamma=\|\tilde{B}^{-1}(\omega)\|,\quad \varepsilon=|\lambda|,\quad \alpha=\max_t\|A(t)\|,\quad \beta=\max_t\|B(t)\|,$$

$$q_1=\frac{1}{2}\gamma\beta^2\omega^2+\gamma\alpha\omega,\quad q_2=\frac{1}{2}\gamma\alpha\beta\omega^2,\quad q(\varepsilon)=q_1\varepsilon+q_2\varepsilon^2,$$

где $t\in[0,\omega]$.

Теорема. *Пусть выполнены условия:* $\det\tilde{B}(\omega)\neq0$, $0<q(\varepsilon)<1$. *Тогда уравнение* (1) *имеет единственное* ω*-периодическое решение* $X=X(t,\lambda)$; *это решение представимо в виде*

$$X(t,\lambda)=\sum_{k=0}^{\infty}\lambda^{k-1}X_{k-1}(t),\tag{2}$$

где матрицы $X_{k-1}(t)$ *определяются рекуррентым интегральным соотношением типа* [4, гл. II].

Литература

1. Лаптинский В. Н., Лапковский В. К., Подолян С. В. *К задаче о периодических решениях матричного уравнения Ляпунова с параметром* // XV Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. междунар. науч. конф., Гродно, 13–16 мая 2013 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2013. С. 58–59.

2. Лаптинский В. Н., Лапковский В. К., Подолян С. В. *Конструктивный анализ периодических решений матричного дифференциального уравнения типа Ляпунова.* Могилев: МГУП, 2004 (Препринт / ИПО НАН Беларуси; № 17). 35 с.

3. Лаптинский В. Н., Лапковский В. К., Подолян С. В. *О периодических решениях линейного матричного уравнения Ляпунова с параметром* // Весн. Магілеўскага дзярж. ун-та імя А. А. Куляшова. Сер. B. 2012. № 2(40). С. 4–11.

4. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

В.В. Пугин

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь

Для уравнения [1]

$$\frac{dX}{dt} = A_0(t) + A_1(t)X + XA_2(t) + A_3(t)X^2 + XA_4(t)X + X^2A_5(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

рассматривается задача с условием

$$\int_0^\omega P(\tau)X(\tau)d\tau = 0, \tag{2}$$

где $P, A_i \in \mathbb{C}([0,\omega], \mathbb{R}^{n\times n})$ $(i = \overline{0,5})$, $\omega > 0$.

Примем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t,X)\colon 0 \leqslant t \leqslant \omega, \quad \|X\| \leqslant \rho\}, \quad \tilde{P}(\omega) = \int_0^\omega P(\tau)\, d\tau, \quad \gamma = \|\tilde{P}^{-1}(\omega)\|,$$

$$\alpha_i = \max_t \|A_i(t)\|, \quad \mu = \max_t \|P(t)\|, \quad \varphi(\rho) = a_0\rho^2 + a_1\rho + a_2,$$

где $t \in [0,\omega]$, $\rho > 0$, $a_0 = \gamma\mu\omega^2(\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5)/2$, $a_1 = \gamma\mu\omega^2(\alpha_1+\alpha_2)/2$, $a_2 = \gamma\mu\omega^2\alpha_0/2$.

В данной работе, являющейся продолжением [2], установлено, что при выполнении условий $\det\tilde{P}(\omega) \neq 0$, $\varphi(\rho) \leqslant \rho$, $d\varphi(\rho)/d\rho < 1$ задача (1), (2) однозначно разрешима в области D_ρ, а ее решение может быть получено как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций $\{X_k(t)\}_0^\infty$, определяемых рекуррентным интегральным соотношением типа [3, 4]

$$X_{k+1}(t) = \int_0^\omega K(t,\tau)[A_0(\tau) + A_1(\tau)X_k(\tau) + X_k(\tau)A_2(\tau) + A_3(\tau)X_k^2(\tau)+$$

$$+X_k(\tau)A_4(\tau)X_k(\tau) + X_k^2(\tau)A_5(\tau)]d\tau, \quad k = 0,1,2,\ldots, \tag{3}$$