где $X_0(t)$ — произвольная матричная функция класса $\mathbb{C}([0,\omega],\mathbb{R}^{n\times n})$, такая, что $\|X_0(t)\| \leqslant \rho$,

$$K(t,\tau) = \begin{cases} \tilde{P}^{-1}(\omega)\int_0^t P(\tau)d\tau, & 0 \leqslant \tau \leqslant t \leqslant \omega, \\ -\tilde{P}^{-1}(\omega)\int_t^\omega P(\tau)d\tau, & 0 \leqslant t < \tau \leqslant \omega. \end{cases}$$

Исследованы вопросы сходимости, скорости сходимости алгоритма (3); доказано, что функции $X_m(t), m = 1, 2, \ldots,$ удовлетворяют условию (2).

Литература

1. Захар-Иткин М. Х. *Об одном классе граничных задач, имеющем применения в теории многоволновых линий передач* // Успехи мат. наук. 1970. Т. XXV, вып. 5(155). С. 240–241.

2. Пугин В. В. *О функциональной задаче для обобщенного матричного уравнения Риккати* // XI Белорус. матем. конф.: тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 5–9 ноября 2012 г. Ч. 2. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2012. С. 55.

3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

4. Лаптинский В. Н., Маковецкий И. И., Пугин В. В. *Матричные дифференциальные уравнения Ляпунова и Риккати.* Могилев: БРУ, 2012.

О ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ СИСТЕМЫ МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА РИККАТИ С ПАРАМЕТРОМ

Д.В. Роголев

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
d-rogolev@tut.by

Рассмотрим краевую задачу [1, 2]

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}_1(t)\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{B}_1(t) + \mathbf{X}\left(\mathbf{S}_1(t)\mathbf{X} + \mathbf{S}_2(t)\mathbf{Y}\right) + \mathbf{F}_1(t) + \lambda\mathbf{G}_1(t), \tag{1}$$

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = \mathbf{A}_2(t)\mathbf{Y} + \mathbf{Y}\mathbf{B}_2(t) + \mathbf{Y}\left(\mathbf{P}_1(t)\mathbf{X} + \mathbf{P}_2(t)\mathbf{Y}\right) + \mathbf{F}_2(t) + \lambda\mathbf{G}_2(t), \tag{2}$$

$$\mathbf{X}(0) = \mathbf{X}(\omega), \quad \mathbf{Y}(0) = \mathbf{Y}(\omega), \tag{3}$$

где $t \in [0,\omega]$, $\mathbf{X}(t), \mathbf{Y}(t) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, матрицы $\mathbf{A}_i(t)$, $\mathbf{B}_i(t)$, $\mathbf{S}_i(t)$, $\mathbf{P}_i(t)$, $\mathbf{F}_i(t)$, $\mathbf{G}_i(t)$ $(i = 1, 2)$ определены и непрерывны на промежутке $[0,\omega]$; $\omega > 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Примем следующие обозначения:

$$D = \{(t, \mathbf{X}, \mathbf{Y}) : 0 \leqslant t \leqslant \omega,\ \|\mathbf{X}\| \leqslant \rho_1,\ \|\mathbf{Y}\| \leqslant \rho_2\}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_i(\omega) = \int\limits_0^\omega \mathbf{B}_i(\tau)d\tau,$$

$$\tilde{\gamma}_i = \|\tilde{\mathbf{B}}_i^{-1}(\omega)\|, \quad \alpha_i = \max_t \|\mathbf{A}_i(t)\|, \quad \beta_i = \max_t \|\mathbf{B}_i(t)\|, \quad \delta_i = \max_t \|\mathbf{S}_i(t)\|,$$

$$\mu_i = \max_t \|\mathbf{P}_i(t)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad f_i = \max_t \|\mathbf{F}_i(t)\|, \quad g_i = \max_t \|\mathbf{G}_i(t)\|,$$

$$p_{11} = \tilde{\gamma}_1\left[\frac{1}{2}\beta_1(\alpha_1 + \beta_1 + 2\delta_1\rho_1 + \delta_2\rho_2)\omega^2 + (\alpha_1 + 2\delta_1\rho_1 + \delta_2\rho_2)\omega\right],$$

$$p_{12} = \tilde{\gamma}_1\delta_2\rho_1\omega\left(\frac{1}{2}\beta_1\omega + 1\right), \quad p_{21} = \tilde{\gamma}_2\mu_1\rho_2\omega\left(\frac{1}{2}\beta_2\omega + 1\right),$$

$$p_{22} = \tilde{\gamma}_2\left[\frac{1}{2}\beta_2(\alpha_2 + \beta_2 + \mu_1\rho_1 + 2\mu_2\rho_2)\omega^2 + (\alpha_2 + \mu_1\rho_1 + 2\mu_2\rho_2)\omega\right],$$

где $t \in [0, \omega]$, $\rho_1, \rho_2 > 0$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц.

На основе метода [3, гл. III] получена

Теорема. *Пусть выполнены следующие условия:*

1) $\det \tilde{\mathbf{B}}_i(\omega) \neq 0 \quad (i = 1, 2)$,

2) $\tilde{\gamma}_1\{(\beta_1/2)[(\alpha_1 + \beta_1)\rho_1 + \delta_1\rho_1^2 + \delta_2\rho_1\rho_2 + f_1 + \varepsilon g_1]\omega^2 + [\alpha_1\rho_1 + \delta_1\rho_1^2 + \delta_2\rho_1\rho_2 + f_1 + \varepsilon g_1]\omega\} \leqslant \rho_1$, $\tilde{\gamma}_2\{(\beta_2/2)[(\alpha_2 + \beta_2)\rho_2 + \mu_2\rho_2^2 + \mu_1\rho_1\rho_2 + f_2 + \varepsilon g_2]\omega^2 + [\alpha_2\rho_2 + \mu_2\rho_2^2 + \mu_1\rho_1\rho_2 + f_2 + \varepsilon g_2]\omega\} \leqslant \rho_2$,

3) $p_{11} < 1$, $\det(\mathbf{E} - \mathbf{P}) > 0$,

где $\mathbf{E} = \mathrm{diag}\,(1, 1)$, $\mathbf{P} = (p_{ij})$.

Тогда задача (1)–(3) *однозначно разрешима в области* D.

Замечание. В настоящей работе задача (1)–(3) рассмотрена в случае квадратных матриц $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$, типичном в задачах прикладного характера. Очевидно, здесь допустим случай, когда $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{k\times m}$ с матричными коэффициентами соответствующих размеров.

Литература

1. Роголев Д. В. *Об одном методе построения решения периодической краевой задачи для системы матричных уравнений Риккати с параметром* // Междунар. науч.-практ. конф. «Актуальные проблемы естественных наук и их преподавания»: материалы конф., Могилев, 20–22 февраля 2013 г. Могилев: МГУ им. А. А. Кулешова, 2013. С. 170–172.

2. Роголев Д. В. *Анализ периодической краевой задачи для системы матричных уравнений типа Риккати с параметром* // XV Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. междунар. науч. конф., Гродно, 13–16 мая 2013 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2013. С. 62–63.

3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

ИЗОХРОННЫЕ НЕГЛОБАЛЬНЫЕ ГАМИЛЬТОНИАНЫ

А.Е. Руденок

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
roudenok@bsu.by

Вещественный гамильтониан $H(x, y) = x^2 + y^2 + \sum_{i=3}^{n} h_i(x, y)$, где $h_i(x, y)$ — однородный многочлен степени i, называется изохронным, если изохронна особая точка $O(0, 0)$ системы

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2}H_y(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2}H_x(x, y). \tag{1}$$

Теорема. *Гамильтониан*

$$H(x, y) = \Big(y + x^2y + \sum_{i=2}^{n} a_i x^i)^2 + x^2(1 + y + x^2y + \sum_{i=2}^{n} a_i x^i\Big)^2, \tag{2}$$

где a_i *— некоторые постоянные, является изохронным неглобальным.*