$$p_{12} = \tilde{\gamma}_1 \delta_2 \rho_1 \omega \left(\frac{1}{2} \beta_1 \omega + 1 \right), \quad p_{21} = \tilde{\gamma}_2 \mu_1 \rho_2 \omega \left(\frac{1}{2} \beta_2 \omega + 1 \right),$$

$$p_{22} = \tilde{\gamma}_2 \left[\frac{1}{2} \beta_2 (\alpha_2 + \beta_2 + \mu_1 \rho_1 + 2\mu_2 \rho_2) \omega^2 + (\alpha_2 + \mu_1 \rho_1 + 2\mu_2 \rho_2) \omega \right],$$

где $t \in [0, \omega]$, $\rho_1, \rho_2 > 0$, $\| \cdot \|$ — согласованная норма матриц.

На основе метода [3, гл. III] получена

Теорема. *Пусть выполнены следующие условия:*

1) $\det \tilde{\mathbf{B}}_i(\omega) \neq 0 \quad (i = 1, 2)$,

2) $\tilde{\gamma}_1 \{ (\beta_1/2) [(\alpha_1 + \beta_1)\rho_1 + \delta_1 \rho_1^2 + \delta_2 \rho_1 \rho_2 + f_1 + \varepsilon g_1] \omega^2 + [\alpha_1 \rho_1 + \delta_1 \rho_1^2 + \delta_2 \rho_1 \rho_2 + f_1 + {} + \varepsilon g_1] \omega \} \leqslant \rho_1$, $\tilde{\gamma}_2 \{ (\beta_2/2) [(\alpha_2 + \beta_2)\rho_2 + \mu_2 \rho_2^2 + \mu_1 \rho_1 \rho_2 + f_2 + \varepsilon g_2] \omega^2 + [\alpha_2 \rho_2 + \mu_2 \rho_2^2 + \mu_1 \rho_1 \rho_2 + {} + f_2 + \varepsilon g_2] \omega \} \leqslant \rho_2$,

3) $p_{11} < 1$, $\det(\mathbf{E} - \mathbf{P}) > 0$,

где $\mathbf{E} = \operatorname{diag}(1, 1)$, $\mathbf{P} = (p_{ij})$.

Тогда задача (1)–(3) *однозначно разрешима в области* D.

Замечание. В настоящей работе задача (1)–(3) рассмотрена в случае квадратных матриц $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$, типичном в задачах прикладного характера. Очевидно, здесь допустим случай, когда $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{k \times m}$ с матричными коэффициентами соответствующих размеров.

Литература

1. Роголев Д. В. *Об одном методе построения решения периодической краевой задачи для системы матричных уравнений Риккати с параметром* // Междунар. науч.-практ. конф. «Актуальные проблемы естественных наук и их преподавания»: материалы конф., Могилев, 20–22 февраля 2013 г. Могилев: МГУ им. А. А. Кулешова, 2013. С. 170–172.

2. Роголев Д. В. *Анализ периодической краевой задачи для системы матричных уравнений типа Риккати с параметром* // XV Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. междунар. науч. конф., Гродно, 13–16 мая 2013 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2013. С. 62–63.

3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

ИЗОХРОННЫЕ НЕГЛОБАЛЬНЫЕ ГАМИЛЬТОНИАНЫ

А.Е. Руденок

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
roudenok@bsu.by

Вещественный гамильтониан $H(x, y) = x^2 + y^2 + \sum_{i=3}^{n} h_i(x, y)$, где $h_i(x, y)$ — однородный многочлен степени i, называется изохронным, если изохронна особая точка $O(0, 0)$ системы

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2} H_y(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} H_x(x, y). \tag{1}$$

Теорема. *Гамильтониан*

$$H(x, y) = \left(y + x^2 y + \sum_{i=2}^{n} a_i x^i \right)^2 + x^2 \left(1 + y + x^2 y + \sum_{i=2}^{n} a_i x^i \right)^2, \tag{2}$$

где a_i *— некоторые постоянные, является изохронным неглобальным.*

Доказательство. В полярных координатах гамильтониан (2) имеет вид

$$H(r,\varphi) = r^2((U(r,\varphi))^2 + (V(r,\varphi))^2), \tag{3}$$

а система (1) — вид

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{1}{2}H_\varphi(r,\varphi), \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{2}H_r(r,\varphi). \tag{4}$$

Преобразование

$$w = \varphi - \frac{i}{2}\ln\left(\frac{(1-ir\cos\varphi)(\cos\varphi - i\sin\varphi)(U(r,\varphi)+iV(r,\varphi))}{(1+ir\cos\varphi)(\cos\varphi + i\sin\varphi)(U(r,\varphi)-iV(r,\varphi))}\right),$$

где i — мнимая единица, переводит систему (4) в систему с совершенной изохронностью [1], т. е. гамильтониан (3) изохронный. Гамильтониан (3) неглобальный, так как его линия уровня $H = 1$ распадается на две непересекающиеся кривые, асимптотами которых яляется ось Ox.

Литература

1. Руденок А. Е. *Изохронность обратимых систем с однородными нелинейностями* // Вестн. Белоруского гос. ун-та. Сер. 1. 2013. № 2. С. 90–97.

ЦЕНТРЫ КУБИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ИНВАРИАНТНЫМИ ПРЯМЫМИ И КОНИКАМИ

А.П. Садовский, Т.В. Щеглова

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
sadovskii@bsu.by, shcheglovskaya@tut.by

Рассматривается система

$$\dot{x} = (1+Gx)(y + Hx^2 + Dxy + Ry^2),$$
$$\dot{y} = -x + Ax^2 + 3Bxy + Cy^2 + Kx^3 + 3Lx^2y + Mxy^2 + Ny^3, \tag{1}$$

где $A, B, C, D, G, H, K, L, M, N, R \in \mathbb{C}$.

Введем вектор $p = (A, B, C, D, G, H, K, L, M, N, R)$ и идеалы J_1 и J_2, где
$J_1 = \langle 4a_5^2u^5w_1Av + w_1(a_2w_1uv + 2w)(a_2w_1^2u + a_2w_1Ruv + 2Rw) + 2a_5(-2w^2v + w_1^2uv \times$
$\times (a_2u^2(-v^2 + (a_2+3B)u) - 2w) + w_1u(2u^2(a_2+3B) - v^2(2R+3u))w) + 4a_5^2uv(2u^3w_1^2 -$
$- v^3w_1u(R+u) + 3u^3w_1Bv - v^2(w_1^2u + w)), -w_1 + Cu + (R+u)v, 8a_5^3u^6w_1^2Kv + (-a_2w_1 +$
$+ 2a_5v)(4a_5^3u^4v^2w_1^2 + a_2w_1^4u(a_2w_1^2u + a_2w_1Ruv + 2Rw) + 2a_5w_1(a_2u^3w_1^3(-v^2 + (a_2+3B)u) +$
$+ 2w^2Rv + a_2v^2w_1Ruw + 2w_1^2Ruvw) + 2a_5^2v(-2v^2w_1u(R+u)(w_1^2u + w) - 2v(w_1^2u + w)^2 +$
$+ u^3w_1(w_1^2(a_2+6B)u + 2(a_2+3B)w))), 4a_5^3u^2v^2(-2u^2+v^2)w_1^2 + 12a_5^2u^5w_1^2Lv + a_2w_1^2(2a_2u^2w_1^4 +$
$+ 4w^2R + a_2u^2w_1^3Rv + 2w_1^2u(4R+u)w + 2a_2w_1Ruvw) + a_5\, w_1(a_2u^2w_1^3(4u^2(a_2+3B) - v^2(2R +$
$+ 3u)) - 4w^2(3R+u)v - 8a_2w_1^2uvw + 4a_2w_1u(3u^2B + a_2(u-v)(u+v))w) + 4a_5^2v((-2u^2w_1^4 +$
$+ w^2)v + v^2w_1u(-w_1^2u(R+u) + a_2w) + u^3w_1(a_2(w_1^2\, u - w) - 3Bw)), -a_2w_1^4u + 2a_5u^3w_1Mv +$
$+ w_1^3(-2a_5 + a_2R)uv - 2a_5v^2Rw - 2w_1^2(a_5u^3(a_2+3B) - a_5v^2u(3R+2u) + Rw) + 2w_1v(a_5^2(u^3 -$
$- 2v^2u) + a_2Rw), -w_1R + Nu + a_5v, 4a_5^2u^3w_1Hv - (a_2w_1 + 2a_5v)(-w_1(a_2w_1^2u + a_2w_1Ruv +$
$+ 2Rw) + 2\, a_5(-u^3w_1(a_2+3B) + v(w_1u(w_1 + (R+u)v) + w))), -a_2w_1^3u + 2a_5u^2w_1Dv -$
$- 2w_1Rw + 2a_5(-u^3w_1(a_2+3B) + v(w_1u(-w_1 + a_2v) + w)), -2w_1 + a_1u + a_2v, a_2 - 2R -$
$- u, 4a_3a_5u^2 - (a_2w_1 - 2a_5v)^2, -a_2w_1 + a_4u + 2a_5v, u^2w_1G - 2w_1^2u - w\rangle,$