$J_2 = \langle 6a_5^2u^2B(2R+u)(2a_5-2R^2-Ru)+w_1^2(2R+u)^2(-2a_5+R(2R+u))^2+2a_5^2(-2v^2\times \times(-2a_5+R(2R+u))^2-u^2(2R+u)(2R(2R+u)^2-a_5(8R+3u))), w_1u(-w_1^2(2R+u)^2(a_5- -R(2R+u))(2a_5-R(2R+u))+2a_5^2(4a_5^2v^2+(u^2+v^2)R(2R+u)^3-a_5(2R+u)(2v^2(3R+ +u)+u^2(4R+u))))-2a_5(2R+u)(2a_5-2R^2-Ru)(-w_1R+a_5v)w, 1+a_2a_5^2w_1GRtu(-2a_5+ +R(2R+u))v(-w_1R+a_5v)(2a_5^2v^2-w_1R(2R+u)^2v+a_5(2R+u)(-(u^2+v^2)R+2w_1v))\rangle$.

Положим $I_1 = (J_1+J_2)\bigcap\mathbb{C}[p]$.

Введем далее идеал $J_3 = \langle w, 4a_5^3v^2(u^2+v^2)+w_1^2R(2R+u)^2v(w_1+Rv)+6a_5u^2B(a_5(u^2+ +v^2)R-2a_5w_1v+w_1R(2R+u)v)+a_5w_1(2R+u)(u^2w_1R-2w_1^2v+2Ru(u^2-v^2+2Ru)v)+ +2a_5^2(-2v^2w_1^2+R(-u^3v^2-2v^4(R+u)+u^4(2R+u))-w_1u(-v^2+2u(R+u))v), a_5^2(u^2+ +v^2)v+w_1^2R(2R+u)v-a_5w_1(-2u^2R+v(3w_1+uv)), 1+a_2a_5w_1GRtu(-2a_5+R(2R+ +u))v(-w_1R+a_5v)(a_5(u^2+v^2)R-2a_5w_1v+w_1R(2R+u)v)\rangle$.

Положим $I_3 = (J_1+J_3)\bigcap\mathbb{C}[p]$.

Теорема. *Пусть* V *— многообразие центра системы* (1). *Имеет место включение* $\mathbb{V}(I_1)\bigcup\mathbb{V}(I_2)\subset V$.

При $p\in\mathbb{V}(I_1)\bigcup\mathbb{V}(I_2)$ система (1) имеет инвариантную конику $f=0$, где

$$f = 1+\frac{2w_1-2Rv-uv}{u}x+\frac{(2a_5v-2w_1R-w_1u)^2}{4a_5u^2}x^2+$$

$$+(2R+u)y+\frac{2w_1R+w_1u-2a_5v}{u}xy+a_5y^2.$$

В обоих случаях центра существует интегрирующий множитель Дарбу $\mu = f^{s_1}(1+ +Gx)^{s_2}$, где $s_1, s_2\in\mathbb{C}$.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ЛЬЕНАРА С КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИЕЙ ТРЕНИЯ

И.Н. Сидоренко

Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова, Могилев, Беларусь

sidorenkoin@tut.by

Рассматривается система Льенара

$$\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dt} = -g(x)-f(x)y, \tag{1}$$

где $f(x)$, $g(x)$ — полиномы соответственно степени n, m, $g'(0)>0$. Цикличность фокуса или центра $O(0,0)$ системы (1) эффективно находится с помощью анализа фокусных величин [1]. При $n=3$, $m=3$ она равна четырем. Если хотя бы одна из особых точек такой системы — антиседло, то возможны следующие комбинации особых точек: $2S+A$, $2A+S$, A. Здесь через $2A$ обозначено два антиседла, S — одно седло.

Система (1) с конфигурациями особых точек $2S+A$, A была исследована в [3], было показано, что в этом случае система может имеет не менее 4 предельных циклов «нормального размера».

Если система (1) имеет конфигурацию особых точек $2A+S$, то она может быть записана в виде

$$\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dx} = x(1-(1+L)x+Lx^2)-\varepsilon(a_1+a_2x+a_3x^2+a_4x^3)y. \tag{2}$$

Определение. Пусть система Льенара (2) имеет антиседло $A(x_0, 0)$. Обозначим, через ξ_1 (ξ_2) абсциссу ближайшей слева (справа) к точке A особой точки. Если слева (справа) особых точек нет, то считаем $\xi_1 = -\infty$ $(\xi_2 = +\infty)$. Системой прогноза вокруг особой точки $A(x_0, 0)$ для системы Льенара (2) будем называть систему

$$F(\eta) = F(\mu), \quad G(\eta) = G(\mu), \tag{3}$$

где $F(\eta) = \int_{x_0}^{\eta} f(x)\, dx$, $G(\eta) = \int_{x_0}^{\eta} g(x)\, dx$, $\xi_1 < \eta < x_0$, $x_0 < \mu < \xi_2$.

Исследуем различные распределения предельных циклов системы (2) $2A + S$ с помощью системы прогноза.

Теорема. *При* $L = 1/2$, $a_4 = 1$ *система* (2) *имеет антиседла* $A(-2, 0)$, $E(1, 0)$ *и седло* $O(0, 0)$. *Выполняются следующие утверждения:*

1) *Все решения соответствующей системы прогноза* (3) *для системы Льенара* (2) *типа* $((k_2, k_3), k_1)$ *удовлетворяют неравенству* $k_1 + k_2 + k_3 \leqslant 4$;

2) *Система прогноза* (3) *для рассматриваемой системы Льенара* (2) *может иметь решения следующих типов:* $((0, 4), 0)$, $((4, 0), 0)$, $((0, 0), 4)$, $((1, 1), 2)$, $((2, 2), 0)$;

3) *В каждой области пространства коэффициентов, в которой система прогноза имеет решение типа* $((k_2, k_3), k_1)$, *существует подмножество, в котором система Льенара* (2) *при* $\varepsilon = 0,01$ *имеет такое же распределение* $((k_2, k_3), k_1)$ *предельных циклов*;

4) *Если* $k_2 = 0$ $(k_3 = 0)$, *то система Льенара* (2) *не имеет предельных циклов, окружающих особую точку* $A(-2, 0)$ $(E(1, 0))$;

5) *Система* (2) *может иметь* 5 *предельных циклов в распределении* $((1, 0), 4)$, $((0, 1), 4)$.

Полученный результат согласуется с результатом, полученном в [2], о том, что максимальное число предельных циклов системы (1) при $n = 3$, $m = 3$ не меньше 5.

Литература

1. Christopher C. J., Lunch S. *Small-amplitude limit cycles bifurcation for Lienard systems with quadraric or cubic dambing or restoring forces* // Nonlineariry. 1999. Vol. 12. P. 1099–1112.

2. Yang J., Han M., Romanovski V. G. *Limit cycle bifurcations of some Lienard systems* // J. Math. Anal. Appl. 2010. Vol. 366. P. 242–255.

3. Сидоренко И. Н., Черкас Л. А. *Предельные циклы «нормального размера» некоторых классов полиномиальных систем Льенара* // Весн. Магілеўскага дзярж. ун-та ім. А. А. Куляшова. 2007. Т. 26, № 1. С. 163–170.

4. Сидоренко И. Н., Черкас Л. А. *Предельные циклы кубической системы Льенара с квадратичной функцией трения* // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44, № 2. С. 217–221.

О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПАРАМЕТРОМ

В.Л. Титов

Могилевский государственный технологический университет, Могилев, Беларусь
tttiiittt5@rambler.ru

Рассматривается задача типа [1]

$$\frac{dx}{dt} = A(t, x)x + f_0(t) + \lambda f_1(t), \tag{1}$$

$$x(0, \lambda) = x(\omega, \lambda), \tag{2}$$