**Теорема.** *Оценка* $\tilde{x}(t)$ *сигнала* $x(t)$, *полученная методом обобщенного априорного синтеза, совпадает с оценкой, полученной методом обобщенного априорного анализа.*

**Литература**

1. Karahanoglu F. I., Bayram I., Van De Ville D. *A signal processing approach to generalized 1-D total variation* // IEEE Transactions on Signal Processing. 2011. Vol. 59, no. 11. P. 5265–5274.

2. Борухов В. Т., Гайшун И. В., Тимошпольский В. И. *Структурные свойства динамических систем и обратные задачи математической физики.* Мн.: Бел. навука, 2009. 174 с.

# ОБ ОДНОМ ОБОСНОВАНИИ ФОРМУЛЫ СТИРЛИНГА ДЛЯ Г-ФУНКЦИИ ЭЙЛЕРА

**В.И. Булатов**

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
boulatov@bsu.by

На основании интегрального представления логарифмической производной Г-функции Эйлера [1]

$$\frac{\Gamma'(a)}{\Gamma(a)} = \lim_{b\to+0}\big(\Gamma(b) - B(a;b)\big) = \int\limits_0^1 \left(\frac{x^{a-1}}{x-1} - \frac{1}{\ln x}\right)dx$$

для $a > 0$ показывается, что

$$\ln\Gamma(a+1) = C + \left(a+\frac{1}{2}\right)\ln a - a + r(a), \tag{1}$$

где

$$C = 1 - \int\limits_0^1 f(x)\,dx, \quad r(a) = \int\limits_0^1 x^{a-1} f(x)\,dx, \tag{2}$$

$$f(x) = \frac{(x+1)\ln x - 2x + 2}{2(x-1)\ln^2 x}, \quad x \in ]0;1[. \tag{3}$$

При этом в отличие от традиционного подхода в [1] вывод формулы (1) не требует ни знания интеграла Фруллани, ни вычисления интеграла Раабе.

Далее, учитывая, что $f(+0) = 0$ и $f(1-0) = 1/12$, получаем, что функция (3) является ограниченной т. е. $\exists M = \mathrm{const} \geqslant 0$, что $|f(x)| \leqslant M$ для $\forall x \in ]0;1[$. Отсюда, во-первых, в силу (2) имеем $|r(a)| \leqslant M/a$ и, значит, $r(a) \to 0$ при $a \to +\infty$, и, во-вторых, из (1) получаем

$$\Gamma(a+1) \sim C_0\sqrt{a}\left(\frac{a}{e}\right)^a, \tag{4}$$

где $C_0 > 0$ — некоторая постоянная.

Использование (4) для соответствующих $a \in \mathbb{N}$ в легко проверяемом для $n \in \mathbb{N}$ равенстве $4^n \cdot \Gamma(n+1/2)\Gamma(n+1) = \sqrt{\pi}\Gamma(2n+1)$, аналогичном формуле Лежандра, дает

значение $C_0 = \sqrt{2\pi}$, что приводит при $a \to +\infty$ к классической асимптотической формуле Стирлинга
$$\Gamma(a+1) \sim \sqrt{2\pi a}\left(\frac{a}{e}\right)^a.$$

**Литература**

1. Финтенгольц Г. М. *Курс дифференциального и интегрального исчисления.* Т. II. М., 1982.

# К ВОПРОСУ О ГЛОБАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ЛЯПУНОВА ЧЕТЫРЕХМЕРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ЛОКАЛЬНО ИНТЕГРИРУЕМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

**А.Д. Бурак , А.А. Козлов**

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь
burakad@inbox.ru, kozlovaa@tut.by

Рассмотрим линейную нестационарную управляемую систему обыкновенных дифференциальных уравнений
$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$
с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными матрицами коэффициентов. Замыкая систему (1) при помощи линейной обратной связи $u = U(t)x$, где $U$ — некоторая ограниченная и измеримая $(m \times n)$-матрица, получим однородную систему
$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geqslant 0, \tag{2}$$
матрицы коэффициентов которой также локально интегрируемы и интегрально ограничены. Известно, что в этом случае система (2) имеет конечные показатели Ляпунова [1, с. 245] $\lambda_1(A+BU) \leqslant \ldots \leqslant \lambda_n(A+BU)$.

Задача о построении для системы (1) обратной связи $u = U(t)x$, которая обеспечивает выполнение равенств $\lambda_i(A+BU) = \mu_i$, $i = \overline{1,n}$ для произвольных заранее заданных вещественных чисел $\mu_1 \leqslant \ldots \leqslant \mu_n$, называется задачей глобального управления характеристическими показателями Ляпунова [2, с. 184]. Далее введем определение, необходимое в работе.

Система (1) называется *равномерно вполне управляемой*, если существуют такие числа $\sigma > 0$ и $\gamma > 0$, что при любых $t_0 \geqslant 0$ и $x \in \mathbb{R}^n$ на отрезке $[t_0; t_0+\sigma]$ найдется измеримое и ограниченное управление $u$, при всех $t \in [t_0; t_0+\sigma]$ удовлетворяющее неравенству $\|u(t)\| \leqslant \gamma\|x_0\|$ и переводящее вектор начального состояния $x(t_0) = x_0$ системы (1) в нуль на этом отрезке.

В рамках такого подхода целым рядом авторов были получены различные условия управляемости характеристических показателей Ляпунова линейных нестационарных систем, бóльшую часть из которых монография [2]. Однако применение предложенного авторами монографии подхода даже в случае систем (2) с кусочно-непрерывными и ограниченными коэффициентами может приводить к неограниченному росту нормы искомого управления $U$ на положительной полуоси, что, исходя из постановки задачи, является недопустимым. В связи с этим возникла задача обобщения результатов, содержащихся в вышеуказанной монографии, на более широкий класс систем