Исследуется задача оптимального быстродействия объекта (1) из заданного начального множества M_0 в конечное множество M_1, удовлетворяющих фазовому ограничению (2). Начальный момент времени t_0 считаем фиксированным, конечный момент времени t_1 определяем из условия попадания объекта на конечное множество.

Обозначим через $X(t)$ множество достижимости в момент времени t для задачи оптимального быстродействия, расматриваемой для системы (1) без фазового ограничения (2) и через $D(t) = X(t) \bigcap F$ — множество достижимости в момент времени t для задачи оптимального быстродействия, расматриваемой для системы (1) с фазовым ограничением (2).

Теорема. *Если* $D(t) = X(t)$, *то опорная функция*

$$c(D(t), \psi) = c(e^{(t-t_0)A} M_0, \psi) + \int_{t_0}^{t} c(e^{(t-s)A} U, \psi)\, ds. \tag{3}$$

Если $D(t) \neq X(t)$, *то найдется такое неотрицательное чсло* λ, *что*

$$c(D(t), \psi) = c(X(t), \psi - \lambda c), \tag{4}$$

причем равенство (4) достигается в точке, принадлежащей границе множества F.

Идея доказательства. В первой части теоремы рассматривается ситуация, когда значения t достаточно малы, и множество достижимости, построенное для задачи без фазового ограничения полностью располагается внутри множества F. В этом случае формула (3) доказана, например, в [1].

При достаточно больших значениях t в множестве $X(t)$ найдутся точки, не принадлежащие множеству F. Тогда правило множителей Лагранжа и теорема Куна — Таккера (например, [2]) позволяют обосновать формулу (4).

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь на 2011–2015 гг. (шифр задания «Конвергенция 1.3.02»).

Литература

1. Киселев Ю. Н., Аввакумов С. Н., Орлов М. В. *Оптимальное управление. Линейная теория и приложения.* М.: МАКС Пресс, 2007. 272 с.

2. Васильев Ф. П. *Методы оптимизации.* М.: Изд-во «Факториал Пресс», 2002. 824 с.

ВНЕШНЯЯ ОЦЕНКА ПУЧКА РЕШЕНИЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ

В.В. Горячкин, В.В. Крахотко

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
krakhotko@bsu.by

Рассмотрим дискретную стационарную 2-D систему

$$x(t+1, s) = Ax(t, s+1) + Dx(t, s) + Bu(t, s) + Cv(t, s),$$
$$x(0, s) = \alpha(s), \quad (t, s) \in Z_+ \times Z, \tag{1}$$

с неопределенными постоянными матрицами A, D, B, C согласованных размерностей из интервалов: $|A - A_0| \leqslant \Delta A$, $|D - D_0| \leqslant \Delta D$, $|B - B_0| \leqslant \Delta B$, $|C - C_0| \leqslant \Delta C$, A_0, D_0, B_0, C_0, ΔA, ΔD, ΔB, ΔC — заданные матрицы, начальная функция $\alpha(s)$ выбирается из заданного интервала $|\alpha(s) - \alpha_0(s)| \leqslant \Delta\alpha(s)$, $s \in Z$, $x \in R^n$, $u \in R^r$; $Cv(t,s)$ $(v \in R^p)$ трактуется как интервальная помеха.

При фиксированном управлении в силу неопределенности параметров задачи (1), получаем пучок траекторий

$$x(t,s) = x(t,s,A,D,\alpha,u,v), \quad t \in Z_+, \quad s \in Z. \tag{2}$$

Сечением пучка траекторий на шаге $t = T$ будем называть множество $X(T,s,u)$ правых концов траекторий (2) системы (1).

Пусть $z(t,s)$ — решение невозмущенной системы

$$z(t+1,s) = A_0 z(t,s+1) + D_0 z(t,s) + B_0 u(t,s), \quad z(0,s) = \alpha_0(s), \quad (t,s) \in Z_+ \times Z,$$

которая задана на серединах интервалов. Такую систему будем называть центральной. Для представления решения интервальной и центральной систем воспользуемся известными конструкциями [1].

Следуя идеям работы [2], можно доказать теорему.

Теорема. *Для* $\forall x \in X(T,s,u)$ *из сечения пучка траекторий на шаге* $t = T$ *справедливо неравенство*

$$|x - z(t,s)| \leqslant G + M|w|, \tag{3}$$

где $G, \Delta M$ *вычисляются по известным параметрам системы* (1), *вектор* w *составлен из компонент векторов* $u(t,s)$.

Представление (3) дает описание параллепипеда с ребрами параллельными координатным осям, в который «уложено» сечение пучка траекторий интервальной системы (1) на шаге $t = T$.

Литература

1. Гайшун И. В., Горячкин В. В. *Условия разрешимости и управляемости линейных двухпараметрических дискретных систем* // Дифференц. уравнения. 1988. Т. 24, № 12. С. 2047–2051.

2. Ащепков Л. Т., Бадан У. *Модели и методы повышения живучести управляемых систем.* Владивосток: Дальнаука, 2006. 158 с.

ГИБРИДНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО ТИПА

А.П. Жабко

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
zhabko@apmath.spbu.ru

При моделировании различных динамических процессов и явлений возникают системы дифференциально-разностных уравнений с отклоняющимся аргументом. Любая система автоматического регулирования в той или иной степени представляет собой систему запаздывающего или нейтрального типа. Одной из актуальных проблем теории систем автоматического регулирования является анализ устойчивости систем дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.