с неопределенными постоянными матрицами A, D, B, C согласованных размерностей из интервалов: $|A - A_0| \leqslant \Delta A$, $|D - D_0| \leqslant \Delta D$, $|B - B_0| \leqslant \Delta B$, $|C - C_0| \leqslant \Delta C$, A_0, D_0, B_0, C_0, ΔA, ΔD, ΔB, ΔC — заданные матрицы, начальная функция $\alpha(s)$ выбирается из заданного интервала $|\alpha(s) - \alpha_0(s)| \leqslant \Delta\alpha(s)$, $s \in Z$, $x \in R^n$, $u \in R^r$; $Cv(t, s)$ $(v \in R^p)$ трактуется как интервальная помеха.

При фиксированном управлении в силу неопределенности параметров задачи (1), получаем пучок траекторий

$$x(t, s) = x(t, s, A, D, \alpha, u, v), \quad t \in Z_+, \quad s \in Z. \tag{2}$$

Сечением пучка траекторий на шаге $t = T$ будем называть множество $X(T, s, u)$ правых концов траекторий (2) системы (1).

Пусть $z(t, s)$ — решение невозмущенной системы

$$z(t + 1, s) = A_0 z(t, s + 1) + D_0 z(t, s) + B_0 u(t, s), \quad z(0, s) = \alpha_0(s), \quad (t, s) \in Z_+ \times Z,$$

которая задана на серединах интервалов. Такую систему будем называть центральной. Для представления решения интервальной и центральной систем воспользуемся известными конструкциями [1].

Следуя идеям работы [2], можно доказать теорему.

Теорема. *Для* $\forall x \in X(T, s, u)$ *из сечения пучка траекторий на шаге* $t = T$ *справедливо неравенство*

$$|x - z(t, s)| \leqslant G + M|w|, \tag{3}$$

где $G, \Delta M$ *вычисляются по известным параметрам системы* (1), *вектор* w *составлен из компонент векторов* $u(t, s)$.

Представление (3) дает описание параллелепипеда с ребрами параллельными координатным осям, в который «уложено» сечение пучка траекторий интервальной системы (1) на шаге $t = T$.

Литература

1. Гайшун И. В., Горячкин В. В. *Условия разрешимости и управляемости линейных двухпараметрических дискретных систем* // Дифференц. уравнения. 1988. Т. 24, № 12. С. 2047–2051.

2. Ащепков Л. Т., Бадан У. *Модели и методы повышения живучести управляемых систем.* Владивосток: Дальнаука, 2006. 158 с.

ГИБРИДНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО ТИПА

А.П. Жабко

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
zhabko@apmath.spbu.ru

При моделировании различных динамических процессов и явлений возникают системы дифференциально-разностных уравнений с отклоняющимся аргументом. Любая система автоматического регулирования в той или иной степени представляет собой систему запаздывающего или нейтрального типа. Одной из актуальных проблем теории систем автоматического регулирования является анализ устойчивости систем дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Основным методом анализа устойчивости нелинейных систем является прямой метод Ляпунова. Для систем с запаздывающим аргументом при его применении используются или функционалы Ляпунова — Красовского [1, 2] или функции Ляпунова и подход Б. С. Разумихина [2, 3].

В данной работе рассматриваются нелинейные системы с запаздывающим аргументом. Предлагается метод анализа устойчивости, основанный на совмещении подходов Н. Н. Красовского и Б. С. Разумихина. Конструктивный критерий исследования асимптотической устойчивости линейных систем [4] переносится на нелинейные системы.

В качестве примера рассматриваются однородные системы, для которых обобщаются предложенные в статье [1] метод построения функционалов Ляпунова — Красовского для линейных систем и в статье [4] критерий анализа асимптотической устойчивости линейных систем.

Предположим, что векторная функция $g(z_0, z_1, \ldots, z_m)$ от векторных аргументов $z_0, z_1, \ldots, z_m$ является непрерывно дифференцируемой. Тогда верна

Теорема. *Нулевое решение системы* $\dot{x}(t) = g(x(t), x(t-\tau_1), \ldots, x(t-\tau_m))$ *асимптотически устойчиво по Ляпунову тогда и только тогда, когда существуют положительно определенная и непрерывно дифференцируемая функция* $w(x)$ *и непрерывно дифференцируемый функционал* $v(\varphi)(v(0) = 0)$, *определенный на множестве кусочно непрерывных функций* $\varphi \in PC([-\tau_m, 0])$, *такие, что:*

1) $\dot{v}(x_t)|_{\dot{x}(t)=g(x(t),x(t-\tau_1),\ldots,x(t-\tau_m))} \leqslant -w(x(t))$;

2) $v(x_t) \geqslant v_1(c)$ *на множестве функций* $x_t \in S_c(t)$.

Здесь $S_c(t) = \{x_t : \|x(t+\sigma)\| \leqslant \|x(t)\| = c, \ \sigma \in [-\tau_m, 0]\}$, *а функция* $v_1(c)$ *положительно определена и непрерывна в некоторой окрестности нуля.*

Литература

1. Kharitonov V. L., Zhabko A. P. *Lyapunov – Krasovskii approach to the robust stability analysis of time-delay system* // IEEE Trans. Automatica. 2003. Vol. 39. P. 15–20.
2. Александров А. Ю., Жабко А. П. *Об асимптотической устойчивости решений нелинейных систем с запаздыванием* // Сиб. матем. ж. 2012. Т. 53. № 3. С. 495–508.
3. Разумихин Б. С. *Об устойчивости систем с запаздыванием* // Прикл. математика и механика. 1956. Т. 20, № 4. С. 500–512
4. Жабко А. П., Медведева И. В. *Алгебраический подход к анализу устойчивости дифференциально-разностных систем* // Вестн. СПбГУ. 2011. Сер. 10, вып. 1. С. 9–20.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

А.И. Калинин, Л.И. Лавринович

Белорусский госцдарственный университет, Минск, Беларусь
{kalininai, lavrinovich}@bsu.by

В рамках математической теории оптимальных процессов значительное внимание уделяется задачам оптимизации сингулярно возмущенных систем. Интерес к таким задачам вызван эффективностью асимптотических методов их решения, при применении которых они распадаются на задачи меньшей размерности. Кроме того, асимптотический подход позволяет избежать интегрирования сингулярно возмущенных систем, которые являются жесткими.