1) $V(x,t) \geqslant 0$ *и* $V(0,t) = 0$;

2) $\dot{V}(x,t) \leqslant 0$;

3) *множество* $Y_0 = \overline{\{x \in U : V(x,t) = 0, \quad \forall t \in \mathbb{R}\}}$ *не содержит отрицательных полутраекторий уравнения* (1), *кроме точки* $x = 0$. *Тогда нулевое решение системы* (1) *устойчиво.*

В работе выяснены особенности взаимосвязи результатов об устойчивости в рамках метода функций Ляпунова в цепочке последовательных обобщений: автономные, почти периодические и неавтономные системы дифференциальных уравнений.

В заключение отметим, что так как для состояний равновесия почти периодических систем понятие равномерной устойчивости и устойчивости (в смысле Ляпунова) не совпадают точно так же, как и для неавтономных систем, то результаты исследований, представленные в докладе, дополняют утверждения работ [3, 4] для неавтономного случая.

Литература

1. Калитин Б. С. *Устойчивость дифференциальных уравнений (Метод знакопостоянных функций Ляпунова).* Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2012.

2. Калитин Б. С. *Устойчивость неавтономных дифференциальных уравнений.* Мн.: БГУ, 2013.

3. Косов А. А. *О глобальной устойчивости неавтономных систем I.* // Изв. вузов. Математика. 1997. № 7. С. 28–35.

4. Калитин Б. С., Шабур Р. *Метод знакопостоянных функций Ляпунова для систем неавтономных дифференциальных уравнений* // Изв. вузов. Математика. 2012. № 5. С. 28-–39.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕАВТОНОМНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МНОГОЛИСТНОЙ ДВУСТОРОННЕЙ ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ

А.М.Камачкин [1], В.Н.Шамберов [2]

[1] Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
akamachkin@mail.ru

[2] Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург, Россия
shamberov@mail.ru

Применение метода фазовой плоскости для исследования нелинейных систем второго порядка часто дает ощутимый выигрыш по сравнению с другими методами. Особенно эффективно метод продемонстрировал себя при наличии в системах кусочно-линейных неоднозначных нелинейностей [1]. В своей традиционной форме метод позволяет определять лишь свободные движения в системе, вызванные ненулевыми начальными условиями.

Однако нередко требуется аналитически подтвердить существование определенных движений в системах, находящихся под зависящим от времени управляющим или возмущающим воздействием [2], и не всегда исследуемую систему можно представить также в виде системы второго порядка.

Предлагается метод, основанный на: 1) декомпозиции пространства параметров [3] с целью представления исходной системы в виде составляющих ее систем более низких порядков; 2) исследовании этих систем с помощью многолистной двусторонней фазовой плоскости [4].

В качестве примера рассматриваются динамические системы вида

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A} \cdot x(t) + \mathbf{b} \cdot \{N[y(t)] + \psi(t)\}, \quad y(t) = \langle \mathbf{c}, x(t) \rangle,$$

где $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ — постоянные вещественные матрицы, соответственно $(n \times n)$, $(n \times 1)$ и $(1 \times n)$; $x(t)$, $\dot{x}(t)$ — n-мерные векторы переменных; $y(t)$ — скалярная переменная; $N[y(t)]$ — кусочно-линейная неоднозначная функция; $\psi(t) = \psi_m \sin(\omega t + \varphi)$ — внешнее воздействие на систему.

Пространство параметров системы определяется элементами матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, параметрами, характеризующими заданную нелинейность $N[y(t)]$, параметрами внешнего воздействия ψ_m, ω. Значение параметра внешнего воздействия φ из диапазона значений $-\pi/2 \leqslant \varphi \leqslant 3\pi/2$ задает начальное значение любого движения в системе на многолистной двусторонней фазовой плоскости.

Литература

1. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. *Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости.* 2-е изд., доп. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 448 с.

2. *Нелинейные системы автоматического управления. Точные методы исследования нелинейных систем автоматического управления: монография* / Под ред. Р. А. Нелепина; под общей ред. Е. П. Попова. М.: Машиностроение, 1971. 323 с.

3. Камачкин А. М., Шамберов В. Н. *Метод декомпозиции в многомерных нелинейных динамических системах* // Системный анализ и информационные технологии: Вестн. Воронежского гос. ун-та. 2012. № 1. С. 47–55.

4. Камачкин А. М., Согонов С. А., Шамберов В. Н. *Анализ вынужденных колебательных процессов в многосвязных нелинейных системах метом декомпозиции пространства параметров* // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ–2013): Сб. тр. VI междунар. конф. 10–16 сентября 2013 г., Воронеж: Воронежский гос. ун-т, 2013. С. 112–115.

РАВНОМЕРНАЯ СТАБИЛИЗИРУЕМОСТЬ И ГЛОБАЛЬНАЯ СКАЛЯРИЗУЕМОСТЬ ДВУМЕРНЫХ РАВНОМЕРНО ВПОЛНЕ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С ЛОКАЛЬНО ИНТЕГРИРУЕМЫМИ И ИНТЕГРАЛЬНО ОГРАНИЧЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А.А. Козлов, И.В. Инц

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь
kozlovaa@tut.by

Рассмотрим двумерную линейную нестационарную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^2, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad m \in \{1, 2\}, \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

с локально интегрируемыми по Лебегу и интегрально ограниченными [1, с. 252] матрицами коэффициентов A и B. Выберем управление u в системе (1) по принципу линейной обратной связи $u = U(t)x$, где U — некоторая ограниченная и измеримая $(m \times n)$-матрица. Тогда получим однородную систему, коэффициенты которой также локально интегрируемы и интегрально ограничены.

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geqslant 0. \tag{2}$$

В работе будем считать, что система (1) обладает *свойством равномерной полной управляемости* [1, с. 95], т. е. существуют такие числа $\sigma > 0$ и $\gamma > 0$, что при любых $t_0 \geqslant 0$ и $x_0 \in \mathbb{R}^n$ на отрезке $[t_0, t_0+\sigma]$ найдется измеримое и ограниченное управление u, при всех $t \in [t_0, t_0+\sigma]$ удовлетворяющее неравенству $\|u(t)\| \leqslant \gamma \|x_0\|$ и переводящее вектор начального состояния $x(t_0) = x_0$ системы (1) в ноль на этом отрезке.