ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА ПО ТИПУ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО УСПОКОЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ СИСТЕМ

В.Е. Хартовский, О.И. Урбан

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
hartovskij@grsu.by, urban_ola@mail.ru

Рассмотрим линейную автономную дифференциально-разностную систему с соизмеримыми запаздываниями

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{m} A_i x(t-ih) + \sum_{i=0}^{m} B_i u(t-ih), \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

с начальным условием

$$x(t) = \eta(t), \quad t \in [-mh, 0], \quad u(t) \equiv 0, \quad t < 0, \tag{2}$$

где x — n-вектор-столбец решения системы (1), u — r-вектор-столбец управления, A_i, B_i, $i = \overline{0,m}$, — постоянные матрицы соответствующих размеров, $h > 0$ — постоянное запаздывание, начальная функция η предполагается непрерывной на отрезке $[-mh, 0]$ со значениями в $\mathbb{R}^n$.

Определим матрицы $G_0 = B_0 T$, $G_i = G_{i-1} S + B_i T$, $i = \overline{1,m}$, T, S — некоторые матрицы. Обозначим $A(z) = \sum_{i=0}^{m} A_i z^i$, $B(z) = \sum_{i=0}^{m} B_i z^i$, $G(z) = \sum_{i=0}^{m} G_i z^i$, где z — оператор сдвига, (т. е. $zf(t) = f(t-h)$).

Теорема. *Для того, чтобы для любого начального состояния* (2) *системы* (1), (2) *существовало управление* $u(t)$, $t > 0$, *обеспечивающее*

$$x(t) \equiv 0, \quad t \geqslant t_1. \tag{3}$$

необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\operatorname{rank}\,[\lambda E - A(e^{-\lambda h}), B(e^{-\lambda h}), G(e^{-\lambda h})] = n \quad \forall \lambda \in \mathbb{C}.$$

В работе строится регулятор вида

$$u(t) = K_1(z)x(t) + e_1 x_{n+1}(t) + T\psi(t), \quad \psi(t) = S \cdot z\psi(t) + K_2(z)x(t), \quad t \geqslant 0,$$

$$\dot{x}_{n+1}(t) = F_1^1(z)x(t) + F_2^1(z)x_{n+1}(t) + F_3^1(z)y(t), \quad t \geqslant 0,$$

$$\dot{y}(t) = F_1^2(z)x(t) + F_2^2(z)x_{n+1}(t) + F_3^2(z)y(t), \quad t \geqslant 0,$$

обеспечивающий исходной системе (1), (2) выполнение условия (3). Здесь $\mathbb{R}^{k_1 \times k_2}[z]$ — пространство полиноминальных матриц размера $k_1 \times k_2$ элементами которых являются полиномы зависящие от z, тогда $K_1(z) \in \mathbb{R}^{r \times n}[z]$, $K_2(z) \in \mathbb{R}^{r_T \times n}[z]$, T, S — $(r \times r_T)$- и $(r_T \times r_T)$-матрицы соответственно, r_T — некоторое натуральное число, $e_1 = \operatorname{col}[1, 0, \ldots, 0] \in \mathbb{R}^r$, $F_1^1(z) \in \mathbb{R}^{1 \times n}[z]$, $F_2^1(z) \in \mathbb{R}^{1 \times 1}[z]$, $F_3^1(z) \in \mathbb{R}^{1 \times s}[z]$, $F_1^2(z) \in \mathbb{R}^{s \times n}[z]$, $F_2^2(z) \in \mathbb{R}^{s \times 1}[z]$, $F_3^2(z) \in \mathbb{R}^{s \times s}[z]$, $y = \operatorname{col}[y_1, \ldots, y_s] \in \mathbb{R}^s$, $x_{n+1} \in \mathbb{R}$ — дополнительные переменные. Для определенности будем считать, что $x(t) \equiv 0$, $t < -mh$, $x_{n+1}(t) \equiv 0$, $y(t) \equiv 0$, $\psi(t) \equiv 0$, $t < 0$.

Обратим внимание, что условие полной управляемости не является необходимым для существования указанного выше регулятора, обеспечивающего (3).

Далее в работе представленные результаты обобщаются на линейные автономные системы нейтрального типа с непрерывным решением вида:

$$\frac{d}{dt}(x(t)+\sum_{i=1}^{m}L_ix(t-ih))=\sum_{i=0}^{m}A_ix(t-ih)+\sum_{i=0}^{m}B_iu(t-ih),\quad t\geqslant 0, \tag{4}$$

где L_i, $i=\overline{1,m},$, — постоянные матрицы соответствующего размера. В качестве начального условия системы (4) берется набор (2).

НЕЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПАРАМЕТРА ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ F-УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

О.Б.Цехан

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
tsekhan@grsu.by

Рассматривается линейная стационарная сингулярно возмущенная система с запаздыванием в состоянии (ЛССВСЗ):

$$\dot{x}(t)=A_1x(t)+A_2y(t)+C_1x(t-h)+C_2y(t-h)+B_1u(t),\quad x\in\mathbb{R}^{n_1},\quad y\in\mathbb{R}^{n_2},\quad u\in\mathbb{R}^{r},$$

$$\mu\dot{y}(t)=A_3x(t)+A_4y(t)+C_3x(t-h)+C_4y(t-h)+B_2u(t),\quad t\in T=[0,t_1],$$

$$\{x_0(\cdot,\mu),y_0(\cdot,\mu)\}=\{\varphi(\theta),\psi(\theta),\theta\in[-h,0)\},\quad \{x(0),y(0)\}=\{x_0,y_0\}. \tag{1}$$

Здесь A_i,C_i, $i=\overline{1,4}$, B_j, $j=\overline{1,2}$, — постоянные матрицы соответствующих размерностей, $0<h$ — число, $u(t)$, $t\in T$, — r-вектор-функция управления, $u(\cdot)\in\in U$ — множество кусочно-непрерывных на T r-вектор-функций, $\varphi(\theta),\psi(\theta)$ — кусочно-непрерывные начальные n_1- и n_2-вектор-функции соответственно, μ — параметр, $\mu\in(0,\mu^0]$, $\mu^0\ll 1$, $x_0\in\mathbb{R}^{n_1}$, $y_0\in\mathbb{R}^{n_2}$.

Пусть $\mathbb{R}^m$ — m-мерное евклидово пространство, $L^2_m[t_1-h,t_1]$ — гильбертово пространство суммируемых на $[t_1-h,t_1]$ m-вектор-функций, $\mathcal{M}^2_m\triangleq L^2_m[t_1-h,t_1]\times\mathbb{R}^m$.

По параметрам системы (1) построим числовую матрицу

$$C=\begin{pmatrix}C_1 & C_2\\ C_3 & C_4\end{pmatrix},$$

определим оператор

$$H=\begin{pmatrix}H^{11} & H^{22}\\ H^{31} & H^{42}\end{pmatrix},$$

где $H^{ij}:L^2_{n_i}\to L^2_{n_j}:\ (H^{ij}\psi)(\theta)=C_i\psi(-\theta-h)\chi(\theta)$, $i=\overline{1,4}$, $j=\overline{1,2}$, $\theta\in[-h,0]$, $\chi(\theta)$ — характеристическая функция интервала $[-h,0]$, а также полиномиальные матрицы $\tilde{P}(z)\in\mathbb{C}^{n\times rn}$, $\tilde{N}(\lambda,z)\in\mathbb{C}^{n\times(n+r)}$, $\tilde{L}(\lambda)\in\mathbb{C}^{n+c\times(n+c+r)}$, где $n=n_1+n_2$, $c==\operatorname{rank}C$. При фиксированном $\mu>0$ обозначим многообразие достижимых из нуля конечных состояний ЛССВСЗ (1): $\{X,Y\}(\mu)=\{\{x(t,\mu),y(t,\mu)\},\ t\in(t_1-h,t_1),\ \{x(t_1,\mu),y(t_1,\mu)\};\ u(t)\in U\}$ и введем оператор стуктуры $F_\mu:\mathcal{M}^2_{n_1+n_2}\to\mathcal{M}^2_{n_1+n_2}$, $F_\mu=\operatorname{diag}\{M(\mu),M(\mu)H\}$, где $M(\mu)=\operatorname{diag}\{E_{n_1},\mu^{-1}E_{n_2}\}$.