УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ПОТЕНЦИАЛОМ ДИРАКА

С.Н. Барановская, Н.И. Юрчук

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Bramka@rambler.ru, Yurchuk@bsu.by

Рассмотрим задачу Коши

$$L_\gamma(u) \equiv \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \triangle_x u(x,t) + \gamma\delta(x_0,t_0)u = f(x,t), \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{1}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad x = (x_1, \dots x_n) \in \mathbb{R}^n, \tag{2}$$

где $\delta(x_0,t_0)$ — δ-функция Дирака, сосредоточенная в точке (x_0,t_0), $\delta(x_0,t_0)u = u(x_0,t_0)$ и $\triangle_x$ — оператор Лапласа по пространственным переменным x_i, $i = \overline{1,n}$.

Справедлива следующая

Теорема. *Пусть функции f и φ непрерывны и удовлетворяют условиям*

$$|f(x,t)| \leqslant c\exp\{h\|x\|^2\}, \quad |\varphi(x)| \leqslant c\exp\{h\|x\|^2\}, \quad c > 0,$$

$$|f(x,t) - f(x',t)| \leqslant B\|x - x'\|^\alpha, \quad \alpha > 0,$$

где $h < 1/(4T)$, а $\gamma \neq -1/t_0$. Тогда для каждых таких f и φ задача Коши (1), (2) *имеет единственное классическое решение, которое представимо формулой*

$$u(x,t) = v(x,t) - \gamma\frac{v(x_0,t_0)}{1+\gamma t_0}t.$$

Здесь функция

$$v(x,t) = \frac{1}{(2\sqrt{\pi t})^n}\int\limits_{\mathbb{R}^n}\varphi(z)e^{-r^2/(4t)}dz + \int\limits_0^t \frac{d\tau}{(2\sqrt{\pi(t-\tau)})^n}\int\limits_{\mathbb{R}^n} f(z,\tau)e^{-r^2/(4t-4\tau)}dz,$$

где $r = \|x - z\| = \sqrt{|x_1 - z_1|^2 + \dots + |x_n - z_n|^2}$, $z = (z_1, \dots z_n)$, является решением задачи Коши (1), (2) *при $\gamma = 0$.*

МАКСИМАЛЬНЫЙ АТТРАКТОР ОДНОГО НЕАВТОНОМНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

С.М. Бородич

Витебский госуниверситет, Витебск, Беларусь

sirius722@rambler.ru

В ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ с гладкой границей $\partial\Omega$ рассматривается неавтономное гиперболическое уравнение

$$\partial_t^2 u + \varepsilon\partial_t u = \Delta u - f(t,u) - g(x), \quad u|_{x\in\partial\Omega} = 0, \tag{1}$$