где $\varepsilon > 0$, $f(t,u) \in \mathrm{C}^{0,1}([0,+\infty) \times \mathbb{R})$, $g(x) \in L_2(\Omega)$. Предполагается, что выполнены условия:

$$\lim_{t\to+\infty} f(t,u) = \tilde{f}(u), \quad \tilde{f}(u) \in \mathrm{C}^1(\mathbb{R}),$$

$$f(t,u)u \geqslant -C, \quad f'_u(t,u) \geqslant -C,$$

$$|f'_u(t,u)| \leqslant C(u^2+1), \quad |\tilde{f}'(u)| \leqslant C(|u|^\alpha + 1) \quad (0 \leqslant \alpha < 2),$$

$$|f(t,u) - \tilde{f}(u)| \leqslant k(t)(|u|^3 + 1),$$

где $C > 0$, $k(t) \in \mathrm{C}([0;+\infty))$, $k(t) \to 0$ при $t \to +\infty$.

Уравнение (1) порождает в пространстве $E = H_0^1(\Omega) \times L_2(\Omega)$ семейство эволюционных операторов $\{S_{t,\tau},\ t \geqslant \tau \geqslant 0\}$:

$$S_{t,\tau} : y_0 \to y(t),$$

где $y_0 = (u_0, p_0) \in E$, $y(t) = (u(t), \partial_t u(t))$, $u(t)$ — решение уравнения (1) с начальными условиями $u|_{t=\tau} = u_0$, $\partial_t u|_{t=\tau} = p_0$.

Максимальным аттрактором семейства $\{S_{t,\tau}\}$ назовем компактное в E множество $\mathfrak{M}$, притягивающее при $t \to +\infty$ траекторию $S_{t,0}B$ любого ограниченного в E множества B и содержащееся в любом другом компактном множестве, обладающем таким же свойством притяжения.

Автономное уравнение

$$\partial_t^2 v + \epsilon \partial_t v = \Delta v - \tilde{f}(v) - g(x), \quad v|_{x\in\partial\Omega} = 0,$$

порождает в E полугруппу операторов $\{S_t,\ t \geqslant 0\}$ (см.[1]). Предположим,что $\{S_t\}$ имеет конечное число стационарных точек; пусть $y_i = (z_i, 0)$ — какая-либо из них. Обозначим через $M^H(y_i)$ совокупность всех точек $y \in E$, через которые проходят траектории $S_t y_0$, продолжаемые для всех $t \leqslant 0$ и удовлетворяющие условию: $S_t y_0 \to$ $\to y_i$ в E при $t \to -\infty$. Пусть $M = \bigcup_i M^H(y_i)$.

Теорема. *Семейство эволюционных операторов* $\{S_{t,\tau}\}$, *отвечающее уравнению* (1), *имеет максимальный аттрактор* $\mathfrak{M}$, *причем* $\mathfrak{M} \subset \bigcup_i M^H(z_i)$ *и* $S_t\mathfrak{M} = \mathfrak{M}$ $\forall t \geqslant 0$.

Литература

1. Бабин А. В., Вишик М. И. *Аттракторы эволюционных уравнений.* М.: Наука, 1989. 294 с.

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО СИНГУЛЯРНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ВТОРОГО РОДА

И.Б. Гарипов, Р.М. Мавлявиев

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия
ilnur_garipov@mail.ru, mavly72@mail.ru

В настоящее время активно изучаются задачи с интегральными условиями. Смешанная задача с интегральным условием для гиперболического уравнения была рассмотрена в работе [1]. Гиперболическое уравнение с оператором Бесселя и с нелокальным интегральным условием первого рода изучено в работах [2, 3], а параболическое уравнение с оператором Бесселя в работе [4].

Пусть $G_T = \{(x,t):\ 0 < x < l,\ 0 < t \leqslant T\}$ — прямоугольная область в координатной плоскости Oxt. В области G_T рассмотрим параболическое уравнение

$$L_B u \equiv u_t - B_x u = 0,$$

где

$$B_x = x^{-k}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^k\frac{\partial}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k}{x}\frac{\partial}{\partial x}$$

— оператор Бесселя, $k > 0$.

Рассматривается задача о нахождении функции $u(x,t)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x,t) \in C^{1,0}_{x,t}(\overline{G}_T) \cap C^{2,1}_{x,t}(G_T), \tag{1}$$

$$L_B u = 0, \quad (x,t) \in G_T, \tag{2}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{3}$$

$$u(0,t) = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{4}$$

$$u_x(l,t) + \int\limits_0^l u(x,t)x^k dx = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{5}$$

где $\varphi(x)$ — заданная функция, обеспечивающая выполнимость условий (1)–(5).

Теорема. *Задача* (1)–(5) *не может иметь более одного решения.*

Литература

1. Пулькина Л. С. *Смешанная задача с интегральным условием для гиперболического уравнения* // Матем. заметки. 2003. Т. 74, № 3. С. 435–445.

2. Бейлин С. А. *Об одной нелокальной задаче с интегральным условием* // Матем. заметки ЯГУ. 2004. Т. 11, № 2. С. 22—29.

3. Зайцева Н. В. *Смешанная задача для одного B-гиперболического уравнения с интегральным условием первого рода* // Изв. ТулГУ. Сер. Естеств. науки. 2012. Вып. 2. С. 39–50.

4. Гарипов И. Б., Мавлявиев Р. М. *Краевая задача для одного параболического уравнения с оператором Бесселя с интегральным условием первого рода* // Изв. ТулГУ. Естеств. науки. 2013. Вып. 1. С. 5–12.

ОБ ОТСУТСТВИИ ГЛОБАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПОГЛОЩЕНИЕМ И НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

А.Л. Гладков

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

gladkoval@mail.ru

Рассматривается следующая начально-краевая задача:

$$\begin{array}{ll} u_t = \Delta u - c(x,t)u^p & \text{для } x \in \Omega,\ \ t > 0, \\ u(x,t) = \int_\Omega k(x,y,t)u^l(y,t)\,dy & \text{для } x \in \partial\Omega,\ \ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x) & \text{для } x \in \Omega, \end{array}$$