ным интегральным условием первого рода изучено в работах [2, 3], а параболическое уравнение с оператором Бесселя в работе [4].

Пусть $G_T = \{(x,t):\ 0 < x < l,\ 0 < t \leqslant T\}$ — прямоугольная область в координатной плоскости Oxt. В области G_T рассмотрим параболическое уравнение

$$L_B u \equiv u_t - B_x u = 0,$$

где

$$B_x = x^{-k}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^k \frac{\partial}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k}{x}\frac{\partial}{\partial x}$$

— оператор Бесселя, $k > 0$.

Рассматривается задача о нахождении функции $u(x,t)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x,t) \in C^{1,0}_{x,t}(\overline{G}_T) \cap C^{2,1}_{x,t}(G_T), \tag{1}$$

$$L_B u = 0, \quad (x,t) \in G_T, \tag{2}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{3}$$

$$u(0,t) = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{4}$$

$$u_x(l,t) + \int\limits_0^l u(x,t)x^k dx = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{5}$$

где $\varphi(x)$ — заданная функция, обеспечивающая выполнимость условий (1)–(5).

Теорема. *Задача* (1)–(5) *не может иметь более одного решения.*

Литература

1. Пулькина Л. С. *Смешанная задача с интегральным условием для гиперболического уравнения* // Матем. заметки. 2003. Т. 74, № 3. С. 435–445.

2. Бейлин С. А. *Об одной нелокальной задаче с интегральным условием* // Матем. заметки ЯГУ. 2004. Т. 11, № 2. С. 22—29.

3. Зайцева Н. В. *Смешанная задача для одного B-гиперболического уравнения с интегральным условием первого рода* // Изв. ТулГУ. Сер. Естеств. науки. 2012. Вып. 2. С. 39–50.

4. Гарипов И. Б., Мавлявиев Р. М. *Краевая задача для одного параболического уравнения с оператором Бесселя с интегральным условием первого рода* // Изв. ТулГУ. Естеств. науки. 2013. Вып. 1. С. 5–12.

ОБ ОТСУТСТВИИ ГЛОБАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПОГЛОЩЕНИЕМ И НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

А.Л. Гладков

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

gladkoval@mail.ru

Рассматривается следующая начально-краевая задача:

$$\begin{array}{ll} u_t = \Delta u - c(x,t)u^p & \text{для } x \in \Omega,\ \ t > 0, \\ u(x,t) = \int_\Omega k(x,y,t)u^l(y,t)\,dy & \text{для } x \in \partial\Omega,\ \ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x) & \text{для } x \in \Omega, \end{array}$$

где Ω — ограниченная область в $\mathbb{R}^n$ с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$, $\min(p,l)>1$, $c(x,t)$ — неотрицательная непрерывная функция, определенная при $x \in \overline{\Omega}$ и $t \geqslant 0$, $k(x,y,t)$ — неотрицательная непрерывная функция, определенная при $x \in \partial\Omega$, $y \in \overline{\Omega}$ и $t \geqslant 0$ и $u_0(x)$ — нетривиальная неотрицательная непрерывная функция, определенная при $x \in \overline{\Omega}$ и удовлетворяющая граничному условию при $t = 0$.

Найдены условия, гарантирующие отсутствие глобальных нетривиальных решений начально-краевой задачи. Пусть λ_1 — первое собственное значение задачи

$$\Delta\varphi + \lambda\varphi = 0 \text{ в } \Omega, \ \ \varphi|_{\partial\Omega} = 0.$$

Предположим, что выполняются следующие условия:

$$\int\limits_{\Omega} k(x,y,t)\,dy \leqslant A\exp(\sigma t), \quad A>0, \quad \sigma<\lambda_1(l-1), \tag{1}$$

для $x \in \partial\Omega$ и $t>0$, или

$$c(x,t) \leqslant C(t)\exp[\lambda_1(l-1)t], \quad \lim_{t\to\infty} C(t) = 0, \tag{2}$$

для $x \in \Omega$, $t>0$, и

$$k(x,y,t) \geqslant B\exp[\lambda_1(l-1)t], \quad B>0, \tag{3}$$

для $x \in \partial\Omega$, $y \in \Omega$ и достаточно больших значений t.

Теорема. *Если* (1) *выполняется, то существуют глобальные решения задачи с достаточно малыми начальными значениями. Если* $(p+1)/2 < l < p$ *и выполняются условия* (2) *и* (3), *то любое нетривиальное решение задачи разрушается за конечное время.*

Условия отсутствия глобальных решений при $l \geqslant p$ получены в [1]. При $l < (p+1)/2$ и произвольном поведении коэффициентов $c(x,t)$ и $k(x,y,t)$ на бесконечности все решения задачи существуют глобально.

Литература

1. Gladkov A., Guedda M. *Blow-up problem for semilinear heat equation with absorption and a nonlocal boundary condition* // Nonlinear Analysis. 2011. Vol. 74. P. 4573–4580.

О КРИТЕРИИ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ АБСТРАКТНОГО УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА — ПУАССОНА — ДАРБУ

А.В. Глушак, О.А. Покручин

Белгородский госуниверситет, Белгород, Россия

Glushak@bsu.edu.ru, pokru4in.oleg@yandex.ru

Пусть A — замкнутый оператор в банаховом пространстве E с плотной в E областью определения $D(A)$. Рассмотрим задачу Коши для уравнения Эйлера — Пуассона — Дарбу

$$u''(t) + \frac{k}{t}u'(t) = Au(t), \quad t>0, \tag{1}$$

$$u(0) = u_0, \quad u'(0) = 0. \tag{2}$$