где Ω — ограниченная область в $\mathbb{R}^n$ с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$, $\min(p,l)>1$, $c(x,t)$ — неотрицательная непрерывная функция, определенная при $x\in\overline{\Omega}$ и $t\geqslant 0$, $k(x,y,t)$ — неотрицательная непрерывная функция, определенная при $x\in\partial\Omega$, $y\in\overline{\Omega}$ и $t\geqslant 0$ и $u_0(x)$ — нетривиальная неотрицательная непрерывная функция, определенная при $x\in\overline{\Omega}$ и удовлетворяющая граничному условию при $t=0$.

Найдены условия, гарантирующие отсутствие глобальных нетривиальных решений начально-краевой задачи. Пусть λ_1 — первое собственное значение задачи

$$\Delta\varphi+\lambda\varphi=0 \ \text{в} \ \Omega, \ \ \varphi|_{\partial\Omega}=0.$$

Предположим, что выполняются следующие условия:

$$\int\limits_{\Omega} k(x,y,t)\,dy\leqslant A\exp(\sigma t), \quad A>0, \quad \sigma<\lambda_1(l-1), \tag{1}$$

для $x\in\partial\Omega$ и $t>0$, или

$$c(x,t)\leqslant C(t)\exp[\lambda_1(l-1)t], \quad \lim_{t\to\infty}C(t)=0, \tag{2}$$

для $x\in\Omega$, $t>0$, и

$$k(x,y,t)\geqslant B\exp[\lambda_1(l-1)t], \quad B>0, \tag{3}$$

для $x\in\partial\Omega$, $y\in\Omega$ и достаточно больших значений t.

Теорема. *Если* (1) *выполняется, то существуют глобальные решения задачи с достаточно малыми начальными значениями. Если* $(p+1)/2<l<p$ *и выполняются условия* (2) *и* (3), *то любое нетривиальное решение задачи разрушается за конечное время.*

Условия отсутствия глобальных решений при $l\geqslant p$ получены в [1]. При $l<(p+1)/2$ и произвольном поведении коэффициентов $c(x,t)$ и $k(x,y,t)$ на бесконечности все решения задачи существуют глобально.

Литература

1. Gladkov A., Guedda M. *Blow-up problem for semilinear heat equation with absorption and a nonlocal boundary condition* // Nonlinear Analysis. 2011. Vol. 74. P. 4573–4580.

О КРИТЕРИИ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ АБСТРАКТНОГО УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА — ПУАССОНА — ДАРБУ

А.В. Глушак, О.А. Покручин

Белгородский госуниверситет, Белгород, Россия
Glushak@bsu.edu.ru, pokru4in.oleg@yandex.ru

Пусть A — замкнутый оператор в банаховом пространстве E с плотной в E областью определения $D(A)$. Рассмотрим задачу Коши для уравнения Эйлера — Пуассона — Дарбу

$$u''(t)+\frac{k}{t}u'(t)=Au(t), \quad t>0, \tag{1}$$

$$u(0)=u_0, \quad u'(0)=0. \tag{2}$$

Задача (1), (2) при $k = 0$ равномерно корректна только тогда, когда оператор A является генератором косинус-оператор-функции (КОФ). По поводу терминологии см. [1] и обзорные работы [2, 3]. В этих же работах приводятся необходимые и достаточные условия того, что оператор A является генератором КОФ, которые формулируются в терминах оценки нормы резольвенты $R(\lambda) = (\lambda I - A)^{-1}$ оператора A и ее производных.

Задача (1), (2) при $k > 0$ исследовалась ранее в работе [4], в которой необходимое и достаточное условия разрешимости сформулированы в терминах оценки нормы резольвенты $R(\lambda)$ и ее весовых производных. В настоящей работе получено необходимое и достаточное условие на резольвенту оператора A, которое, в отличие от [4], формулируется в терминах дробной степени резольвенты и ее, как и в случае $k = 0$, невесовых производных.

Теорема. *Пусть оператор A является генератором аналитической C_0-полугруппы $T(t)$. Для того чтобы задача (1), (2) была равномерно корректной, необходимо и достаточно, чтобы при некоторых постоянных $M \geqslant 1$, $\omega \geqslant 0$ число λ^2 с $\operatorname{Re}\lambda > \omega$ принадлежало резольвентному множеству оператора A и для дробной степени резольвенты оператора A были выполнены оценки:*

$$\left\| \frac{d^n}{d\lambda^n}(\lambda R^{1+k/2}(\lambda^2)) \right\| \leqslant \frac{M\ \Gamma(k+n+1)}{(Re\lambda - \omega)^{k+n+1}}, \quad n = 0,\ 1,\ 2, \ldots,$$

где дробная степень $\alpha > 0$ резольвенты оператора A определена равенством

$$R^{\alpha}(\lambda) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int\limits_0^{\infty} t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t) T(t)\, dt,$$

а $\Gamma(z)$ — гамма-функция Эйлера.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 13-01-00378 А-2013.

Литература

1. Голдстейн Дж. *Полугруппы линейных операторов и их приложения.* Киев: Выща школа, 1989.

2. Васильев В. В., Крейн С. Г., Пискарев С. И. *Полугруппы операторов, косинус-оператор функции и линейные дифференциальные уравнения* // Итоги науки и техники. Сер. Матем.анализ. ВИНИТИ. 1990. Т. 28. С. 87–202.

3. Васильев В. В., Пискарев С. И. *Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве II. Теория косинус оператор-функций* // http://www.srcc.msu.su/nivc/english/about/home_pages/piskarev/obz2ru.pdf

4. Глушак А. В. *Операторная функция Бесселя* // Докл. АН. 1997. Т. 352, № 5. С. 587–589.

О КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ТИПА ДИРИХЛЕ ДЛЯ СОСТАВНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

В.В. Дайняк

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
dainyak@bsu.by

В работе рассматривается задача типа Дирихле для уравнения третьего порядка с постоянными коэффициентами в главной части. Обозначим через Ω произвольную ограниченную область $n+1$-мерного пространства переменных $x = (x_0, x_1, \ldots, x_n)$ с