Задача (1), (2) при $k = 0$ равномерно корректна только тогда, когда оператор A является генератором косинус-оператор-функции (КОФ). По поводу терминологии см. [1] и обзорные работы [2, 3]. В этих же работах приводятся необходимые и достаточные условия того, что оператор A является генератором КОФ, которые формулируются в терминах оценки нормы резольвенты $R(\lambda) = (\lambda I - A)^{-1}$ оператора A и ее производных.

Задача (1), (2) при $k > 0$ исследовалась ранее в работе [4], в которой необходимое и достаточное условия разрешимости сформулированы в терминах оценки нормы резольвенты $R(\lambda)$ и ее весовых производных. В настоящей работе получено необходимое и достаточное условие на резольвенту оператора A, которое, в отличие от [4], формулируется в терминах дробной степени резольвенты и ее, как и в случае $k = 0$, невесовых производных.

Теорема. *Пусть оператор A является генератором аналитической C_0-полугруппы $T(t)$. Для того чтобы задача (1), (2) была равномерно корректной, необходимо и достаточно, чтобы при некоторых постоянных $M \geqslant 1$, $\omega \geqslant 0$ число λ^2 с $\operatorname{Re}\lambda > \omega$ принадлежало резольвентному множеству оператора A и для дробной степени резольвенты оператора A были выполнены оценки:*

$$\left\| \frac{d^n}{d\lambda^n}(\lambda R^{1+k/2}(\lambda^2)) \right\| \leqslant \frac{M\ \Gamma(k+n+1)}{(Re\lambda - \omega)^{k+n+1}}, \quad n = 0,\ 1,\ 2, \ldots,$$

где дробная степень $\alpha > 0$ резольвенты оператора A определена равенством

$$R^{\alpha}(\lambda) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int\limits_0^{\infty} t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t) T(t)\, dt,$$

а $\Gamma(z)$ — гамма-функция Эйлера.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 13-01-00378 А-2013.

Литература

1. Голдстейн Дж. *Полугруппы линейных операторов и их приложения.* Киев: Выща школа, 1989.

2. Васильев В. В., Крейн С. Г., Пискарев С. И. *Полугруппы операторов, косинус-оператор функции и линейные дифференциальные уравнения* // Итоги науки и техники. Сер. Матем.анализ. ВИНИТИ. 1990. Т. 28. С. 87–202.

3. Васильев В. В., Пискарев С. И. *Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве II. Теория косинус оператор-функций* // http://www.srcc.msu.su/nivc/english/about/home_pages/piskarev/obz2ru.pdf

4. Глушак А. В. *Операторная функция Бесселя* // Докл. АН. 1997. Т. 352, № 5. С. 587–589.

О КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ТИПА ДИРИХЛЕ ДЛЯ СОСТАВНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

В.В. Дайняк

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
dainyak@bsu.by

В работе рассматривается задача типа Дирихле для уравнения третьего порядка с постоянными коэффициентами в главной части. Обозначим через Ω произвольную ограниченную область $n+1$-мерного пространства переменных $x = (x_0, x_1, \ldots, x_n)$ с кусочно-гладкой границей $\partial\Omega$. Пусть $\tau = (\tau_0, \tau_1, \ldots, \tau_n)$ — единичный вектор внешней нормали к поверхности $\partial\Omega$.

В ограниченной области $\partial\Omega$ зададим дифференциальное уравнение относительно неизвестной функции $u(x)$ вида

$$\mathcal{L}u \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x_0} + \sum_{i=1}^{n} b_i \frac{\partial}{\partial x_i}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + \sum_{j=1}^{n} a_j \frac{\partial^2}{\partial x_j^2}\right)u + \mathcal{L}_1(x, D)u = f(x), \tag{1}$$

где

$$\mathcal{L}_1(x, D)u = p_0(x)\frac{\partial u}{\partial x_0} + \sum_{k=1}^{n} p_k(x)\frac{\partial u}{\partial x_k} - \lambda(x)u.$$

Здесь a_i, b_i $i = 1, \ldots, n$ – постоянные, коэффициенты полинома $\mathcal{L}_1(x, D)u$, производные $\partial p_i(x)/\partial x_i$ $(i = 1, \ldots, n)$ измеримы и ограничены.

Обозначим через $\mathcal{L}_0(\tau) = (\tau_0 + b_1\tau_1 + \ldots + b_n\tau_n)(\tau_0^2 + a_1^2\tau_1^2 + \ldots + a_n^2\tau_n^2)$. В области Ω рассмотрим уравнение (1) относительно функции $u(x)$, которая удовлетворяет однородным граничным условиям

$$u\Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \tau}\Big|_{\partial\Omega^-} = 0, \tag{2}$$

где $\partial\Omega^-$ — часть границы $\partial\Omega$, в точках которой $\mathcal{L}_0(\tau) < 0$.

Наряду с задачей (1), (2) рассматривается и соответствующая ей сопряженная. При некоторых дополнительных условиях на коэффициенты оператора $\mathcal{L}$, которые являются достаточными, методами функционального анализа доказывается в обобщенной постановке однозначная разрешимость уравнения (1) в произвольной области при наличии простейших граничных условий (условий типа Дирихле). Имеет место следующая теорема.

Теорема. *Если выполняются условия:*

1) $a_i \neq 0$, $i = 0, 1, \ldots, n$;

2) $\dfrac{\partial p_0(x)}{\partial x_0} + \dfrac{\partial p_1(x)}{\partial x_1} + \ldots + \dfrac{\partial p_n(x)}{\partial x_n} + 2\lambda(x) > 0$,

то *для любых* u *и* v *из* $H_0^1(\Omega)$ *справедливы неравенства*

$$\|u\|_{H_0^1(\Omega)} \leqslant c\|Lu\|_{H_0^{-1}(\Omega)}, \quad \|v\|_{H_0^1(\Omega)} \leqslant c^*\|L^*v\|_{H_0^{-1}(\Omega)},$$

где постоянные $c > 0$ *и* $c^* > 0$ *не зависят от функций* u *и* v.

О ПОСТРОЕНИИ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ $(2+1)$-МЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА С ПОТЕНЦИАЛОМ БОМА И СТЕПЕННЫМ ЗАКОНОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ

С.В. Жестков, В.С. Новашинская

Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова, Могилев, Беларусь

zhestkov_s@rambler.ru, vichka-2468397@yandex.ru

Известно [1], что киральное уравнение Шредингера с потенциалом Бома является неинтегрируемым уравнением. Поэтому для его исследования в [1] использовались вариационный метод Хи и численные вычисления. Возникает вопрос о существовании