ЗАДАЧА ТРИКОМИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Р.Т. Зуннунов

Национальный Университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан
zunnunov@mail.ru

Рассмотрим уравнение

$$\operatorname{sign} y|y|^m u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (-1 < m < 0) \tag{1}$$

в неограниченной смешанной области, $\Omega = \Omega_1 \cup AB \cup \Omega_2$, где $\Omega_1 = \{(x,y) : 0 < x < 1, y > 0\}$, $AB = \{(x,y) : 0 < x < 1, \ y = 0\}$, а Ω_2 — область нижней полуплоскости, ограниченная отрезком $\overline{AB}$ и характеристиками уравнения (1):

$$AC : x - [2/(m+2)](-y)^{(m+2)/2} = 0, \quad BC : x + [2/(m+2)](-y)^{(m+2)/2} = 1.$$

Задача $\boldsymbol{T^\infty}$. Требуется найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами:

1) $u(x,y) \in C(\bar{\Omega})$;

2) $u(x,y)$ дважды непрерывно дифференцируема в Ω_1 и удовлетворяет уравнению (1), а в Ω_2 является обобщенным решением из класса R_2 [1] уравнения (1);

3) на линии AB выполняется условие склеивания

$$\frac{\partial u(x,+0)}{\partial y} = -\frac{\partial u(x,-0)}{\partial y} = \nu(x);$$

4) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u(0,y) = \varphi_1(y), \quad u(1,y) = \varphi_2(y), \quad 0 \leqslant y < +\infty,$$

$$\lim_{y\to+\infty} u(x,y) = 0, \quad \text{равномерно по } 0 \leqslant x \leqslant 1, \quad u|_{\cdot AC} = \psi(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant 1/2,$$

где $\varphi_i(y)$ $(i = 1,2)$, $\psi(x)$ — заданные функции, причем $\varphi_i(y) \in C[0,+\infty)$, $\psi(x) \in C^2[0,1/2]$ а для достаточно больших y удовлетворяет неравенству $|\varphi_i(y)| < M_i \times y^{-1+m/2+\varepsilon_i}$, ε_i — достаточно малые положительные числа; $M_i = \text{const} > 0$. Без ограничения общности можно считать $\varphi_1(0) = \psi(0)$.

Единственность решения поставленной задачи доказывается с помощью принципа экстремума, а существование решения методом интегральных уравнений.

Литература

1. Смирнов М.М. *Уравнения смешанного типа.* М.: Наука, 1970.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГО УРАВНЕНИЯ НЕЧЕТНОГО ПОРЯДКА

Б.Ю. Иргашев

Наманганский инженерно-педагогический институт, Наманган, Узбекистан
bahrom irgashev@inbox.ru

В области $\Omega = \{(x,y) : 0 < x, \ y < 1\}$ рассмотрим для уравнения

$$L[u] \equiv (-1)^n D_x^{2n+1} u(x,y) + (-1)^k y^m D_y^{2k} u(x,y) = 0, \tag{1}$$

где $k, n \in \mathbb{N}$, следующую задачу.

Задача А. Найти регулярное решение уравнения (1) из класса

$$u(x,y) \in C_{x,y}^{(2n+1),(2k)}(\Omega) \cap C_{x,y}^{(2n),(2k-1)}(\overline{\Omega}),$$

удовлетворяющее следующим краевым условиям:

$$D_y^s u(x,0) = D_y^s u(x,1) = 0, \quad s = \overline{0, k-1},$$

$$D_x^j u(0,y) = \varphi_j(y), \quad j = \overline{0, n},$$

$$D_x^i r(1,y) = \varphi_{n+1+r}(y), \quad r = \overline{0, n-1}.$$

Теорема. *Если граничные функции* $\varphi_i(y)$ $i = \overline{0, 2n}$, *удовлетворяют условиям:*
1) $\varphi_i^{(s)}(0) = 0$, $s = \overline{0, k-1}$;
2) $y^{-m/2}\varphi_i(y) \in C[0,1]$;
3) $y^{m/2}\varphi_i^{(2k)}(y) \in L_2[0,1]$;
4) $\varphi_i(y) \in C^{4k}(0,1]$;
5) $\varphi_i^{(j)}(1) = 0$, $j = \overline{0, 3k-1}$;
6) $\varphi_i^{(j)}(y) = O(y^{\alpha-j})$, $j = \overline{2k, 4k}$, $\alpha > 4k - \frac{3m+1}{2}$,

то задача А *разрешима единственным образом.*

РАЗРЕШИМОСТЬ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМИ НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ ДАННЫМИ

Т.В. Кавитова

Витебский государственный университет, Витебск, Беларусь
kavitovatv@tut.by

Рассматривается начально-краевая задача

$$\begin{gathered} u_t = \Delta u + c(x,t)u, \quad x \in \Omega, \quad t > 0, \\ \left.\frac{\partial u}{\partial \nu}\right|_{x \in \partial\Omega} = \int\limits_{\Omega} k(x,y,t) u^l(y,t)\, dy, \quad t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \Omega, \end{gathered} \tag{1}$$

где Ω — ограниченная область в пространстве $\mathbb{R}^n$, $n \geqslant 1$, с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$, $l > 1$, ν — единичная внешняя нормаль к $\partial\Omega$.

Относительно данных задачи (1) делаются следующие предположения:

$$c(x,t) \in C_{loc}^{\alpha}(\overline{\Omega} \times [0,+\infty)), \quad 0 < \alpha < 1, \quad c(x,t) \geqslant 0;$$

$$k(x,y,t) \in C(\partial\Omega \times \overline{\Omega} \times [0,+\infty)), \quad k(x,y,t) \geqslant 0;$$

$$u_0(x) \in C^1(\overline{\Omega}), \quad u_0(x) \geqslant 0, \quad \left.\frac{\partial u_0(x)}{\partial \nu}\right|_{x \in \partial\Omega} = \int\limits_{\Omega} k(x,y,0) u_0^l(y)\, dy.$$

Для данной задачи исследованы вопросы глобальной разрешимости. Положим $c_0(t) = \inf\limits_{\Omega} c(x,t)$, $k_0(t) = \inf\limits_{\partial\Omega \times \Omega} k(x,y,t)$.