Задача А. Найти регулярное решение уравнения (1) из класса

$$u(x,y) \in C^{(2n+1),(2k)}_{x,y}(\Omega) \cap C^{(2n),(2k-1)}_{x,y}(\overline{\Omega}),$$

удовлетворяющее следующим краевым условиям:

$$D^s_y u(x,0) = D^s_y u(x,1) = 0, \quad s = \overline{0,k-1},$$

$$D^j_x u(0,y) = \varphi_j(y), \quad j = \overline{0,n},$$

$$D^i_x r(1,y) = \varphi_{n+1+r}(y), \quad r = \overline{0,n-1}.$$

Теорема. *Если граничные функции* $\varphi_i(y)$ $i = \overline{0,2n}$, *удовлетворяют условиям:*
1) $\varphi_i^{(s)}(0) = 0$, $s = \overline{0,k-1}$;
2) $y^{-m/2}\varphi_i(y) \in C[0,1]$;
3) $y^{m/2}\varphi_i^{(2k)}(y) \in L_2[0,1]$;
4) $\varphi_i(y) \in C^{4k}(0,1]$;
5) $\varphi_i^{(j)}(1) = 0$, $j = \overline{0,3k-1}$;
6) $\varphi_i^{(j)}(y) = O(y^{\alpha-j})$, $j = \overline{2k,4k}$, $\alpha > 4k - \frac{3m+1}{2}$,

то задача А *разрешима единственным образом.*

РАЗРЕШИМОСТЬ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМИ НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ ДАННЫМИ

Т.В. Кавитова

Витебский государственный университет, Витебск, Беларусь
kavitovatv@tut.by

Рассматривается начально-краевая задача

$$\begin{gathered} u_t = \Delta u + c(x,t)u, \quad x \in \Omega, \quad t > 0, \\ \frac{\partial u}{\partial \nu}\bigg|_{x\in\partial\Omega} = \int\limits_{\Omega} k(x,y,t)u^l(y,t)\,dy, \quad t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \Omega, \end{gathered} \tag{1}$$

где Ω — ограниченная область в пространстве $\mathbb{R}^n$, $n \geqslant 1$, с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$, $l > 1$, ν — единичная внешняя нормаль к $\partial\Omega$.

Относительно данных задачи (1) делаются следующие предположения:

$$c(x,t) \in C^{\alpha}_{loc}(\overline{\Omega} \times [0,+\infty)), \quad 0 < \alpha < 1, \quad c(x,t) \geqslant 0;$$

$$k(x,y,t) \in C(\partial\Omega \times \overline{\Omega} \times [0,+\infty)), \quad k(x,y,t) \geqslant 0;$$

$$u_0(x) \in C^1(\overline{\Omega}), \quad u_0(x) \geqslant 0, \quad \frac{\partial u_0(x)}{\partial \nu}\bigg|_{x\in\partial\Omega} = \int\limits_{\Omega} k(x,y,0)u_0^l(y)\,dy.$$

Для данной задачи исследованы вопросы глобальной разрешимости. Положим $c_0(t) = \inf\limits_{\Omega} c(x,t)$, $k_0(t) = \inf\limits_{\partial\Omega\times\Omega} k(x,y,t)$.

PolotskSU

Теорема 1. *Задача* (1) *не имеет нетривиальных глобальных решений, если*

$$\int_0^\infty k_0(t)\exp\left[(l-1)\int_0^t c_0(s)\,ds\right]dt = +\infty.$$

Положим $c_1(t)=\sup\limits_{\Omega} c(x,t)$, $k_1(t)=\sup\limits_{\partial\Omega\times\Omega} k(x,y,t)$.

Теорема 2. *Пусть*

$$\int_0^\infty k_1(t)\exp\left[(l-1)\int_0^t c_1(\tau)\,d\tau\right]dt < +\infty$$

и существуют такие положительные константы t_0 *и* K, *что при некотором* $p>2$ *выполнено неравенство*

$$\int_{t-t_0}^t k_1^p(\tau)\exp\left[p(l-1)\int_0^\tau c_1(s)\,ds\right]d\tau \leqslant K \text{ для любого } t\geqslant t_0.$$

Тогда задача (1) *глобально разрешима для достаточно малых начальных данных.*

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА НА ПОЛУПОЛОСЕ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С КОСЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ

В.И. Корзюк[1], **А.А. Карпечина**[2]

[1] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
Korzyuk@bsu.by
[2] Институт подготовки научных кадров НАН Беларуси, Минск, Беларусь
karpechina@tut.by

PoloskSU

В замыкании $\overline{Q}=[0,\infty)\times[0,l]$ области $Q=(0,\infty)\times(0,l)$ двух независимых переменных $(t,x)\in\overline{Q}\subset\mathbb{R}^2$ рассматривается одномерное волновое уравнение

$$(\partial_{tt}-a^2\partial_{xx})u(t,x)=f(t,x),\quad (t,x)\in\overline{Q}, \tag{1}$$

где a^2, l — положительные действительные числа, $\partial_{tt}=\partial^2/\partial t^2$, $\partial_{xx}=\partial^2/\partial x^2$ — частные производные второго порядка по t и x, f — заданная на $\overline{Q}$ функция. К уравнению (1) на нижнем основании $\Omega^{(0)}=\{(t,x)\in\overline{Q}\mid t=0\}$ присоединяются условия Коши

$$u(0,x)=\varphi(x),\quad \partial_t u(0,x)=\psi(x),\quad x\in[0,l], \tag{2}$$

граничные условия с косыми производными на боковых границах полуполосы Q вида

$$(\alpha^{(i)}(t)\partial_t u+\beta^{(i)}(t)\partial_x u+\gamma^{(i)}(t)u)((i-1)l,t)=\mu^{(i)}(t),\quad i=1,2, \tag{3}$$

где $\alpha^{(i)}$, $\beta^{(i)}$, $\gamma^{(i)}$, $\mu^{(i)}$ — заданные на $[0,\infty)$ функции.

Теорема. *Если выполнены условия:*