Здесь $C^{(i)}(\Omega)$ — множество i раз непрерывно дифференцируемых функций на множестве Ω, $i=1,2$, $C(\Omega)$ — множество непрерывных функций на множестве Ω, одним и двумя штрихами над функциями обозначены соответственно первая и вторая производные этих функций и индексом $(1,0)$ над функцией $f(y,s)$ обозначена ее первая частная производная по переменной y.

Явные формулы классических решений начально-краевой задачи для неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны, а также необходимые и достаточные условия на правую часть f, начальные данные φ,ψ и граничное данное μ были впервые получены в случае зависящей от времени первой косой производной в граничном условии в [1]. В случае однородного уравнения колебаний полуограниченной струны явные формулы классических решений при зависящей от времени первой косой производной в граничном условии, а также достаточные условия на φ, ψ и μ были установлены С.Н. Барановской, Н.И. Юрчуком в [2].

Литература

1. Ломовцев Ф. Е., Новиков Е. Н. *Метод Дюамеля решения неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны с косой производной в нестационарном граничном условии* // Вестн. БГУ. 2012. Сер. 1. № 1. С. 83–86.

2. Барановская С.Н., Юрчук Н. И. *Смешанная задача для уравнения колебания струны с зависящей от времени косой производной в краевом условии* // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45, № 8. С. 1188–1191.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ФАКТОРИЗОВАННОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ЧЕТВЕРТИ ПЛОСКОСТИ ПРИ ПОЛУНЕСТАЦИОНАРНОЙ ВТОРОЙ ФАКТОРИЗОВАННОЙ КОСОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

Ф.Е. Ломовцев, Е.Н. Новиков

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

lomovcev@bsu.by, novikovevgenij@gmail.by

Методом характеристик получена явная формула классических решений задачи

$$(\partial_t - a_2\partial_x + b_2)(\partial_t + a_1\partial_x + b_1)u(x,t) = f(x,t), \quad t\geqslant 0, \quad x\geqslant 0, \quad a_1>0, \quad a_2\geqslant 0, \tag{1}$$

$$u|_{t=0}=\varphi(x), \quad u_t|_{t=0}=\psi(x), \quad x\geqslant 0, \tag{2}$$

$$[(\alpha_2(t)\partial_t+\beta_2(t)\partial_x+\gamma_2(t))(\alpha_1\partial_t+\beta_1\partial_x+\gamma_1)u]|_{x=0}=\mu(t), \quad t\geqslant 0, \tag{3}$$

где правая часть f, начальные данные φ, ψ, граничное данное μ, коэффициенты α_2, β_2, γ_2 — заданные функции независимых переменных x,t и α_1, β_1, γ_1 — вещественные постоянные.

Для существования единственных классических решений этой смешанной задачи нами установлены необходимые и достаточные условия гладкости (4), (5) на правую часть f, начальные данные φ, ψ и граничное данное μ, а также условие их согласования (6).

Теорема. *Пусть коэффициенты* $\alpha_2,\beta_2,\gamma_2\in C[0,\infty[$ *и* $a_1\alpha_i\neq\beta_i$, $t\in[0,\infty[$, $i=1,2$. *Единственные классические решения* $u\in C^{(2)}(G)$, $G=[0,\infty[\times[0,\infty[$, *смешанной задачи* (1)–(3) *существуют тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:*

$$f\in C(G), \quad \varphi\in C^{(2)}[0,\infty[, \quad \psi\in C^{(1)}[0,\infty[, \quad \mu\in C[0,\infty[, \tag{4}$$

$$\int\limits_0^t f^{(1,0)}(x+(-1)^i a_i(t-\tau),\tau)\,d\tau \in C(G), \quad i=1,2, \tag{5}$$

$$\alpha_2(0)\{\alpha_1[f(0,0)+(a_2-a_1)\psi'(0)+a_1a_2\varphi''(0)-(b_1+b_2)\psi(0)-(a_1b_2-a_2b_1)\varphi'(0)-b_1b_2\varphi(0)]+ +\beta_1\psi'(0)+\gamma_1\psi(0)\}+\beta_2(0)[\alpha_1\psi'(0)+\beta_1\varphi''(0)+\gamma_1\varphi'(0)]+ +\gamma_2(0)[\alpha_1\psi(0)+\beta_1\varphi'(0)+\gamma_1\varphi(0)]=\mu(0). \tag{6}$$

Здесь одним и двумя штрихами над функциями обозначены соответственно первая и вторая производные этих функций, $C^{(i)}(\Omega)$ — множество i раз непрерывно дифференцируемых функций в Ω, $i=1,2$, $C(\Omega)$ — множество непрерывных функций в Ω и индекс $(1,0)$ над функцией $f(y,s)$ обозначает первую частную производную от f по переменной y.

Впервые явные формулы классических решений смешанной задачи для неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны (т. е. уравнения (1) при $a_1 = a_2 = a$ и $b_1 = b_2 = 0$), а также необходимые и достаточные условия на правую часть f, начальные данные φ, ψ и граничное данное μ были получены в случае нестационарной первой косой производной в граничном условии (т. е. условия (3) при $\alpha_1 = \beta_1 = 0$, $\gamma_1 = 1$) в работе [1]. Для однородного уравнения колебаний полуограниченной струны (т. е. уравнения (1) при $a_1 = a_2 = a$, $b_1 = b_2 = 0$ и $f = 0$) явные формулы классических решений при нестационарной первой косой производной в граничном условии, а также достаточные условия на начальные данные φ, ψ и граничное данное μ были найдены С.Н. Барановской и Н.И. Юрчуком в [2].

Литература

1. Ломовцев Ф. Е., Новиков Е. Н. *Метод Дюамеля решения неоднородного уравнения колебаний полуограниченной струны с косой производной в нестационарном граничном условии* // Вестн. БГУ. 2012. Сер. 1, №1. С. 83–86.

2. Барановская С.Н., Юрчук Н. И. *Смешанная задача для уравнения колебания струны с зависящей от времени косой производной в краевом условии* // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45, №8. С. 1188–1191.

НОВОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО СУЩЕСТВОВАНИЯ И ЕДИНСТВЕННОСТИ СЛАБЫХ РЕШЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ ОБЛАСТЯМИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Ф.Е. Ломовцев, В.И. Яшкин

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

lomovcev@bsu.by, yashkin@bsu.by

Пусть H — гильбертово пространство со скалярным произведением $(\cdot,\cdot)$ и нормой $|\cdot|$. Используя понятие слабой производной по параметру t линейных неограниченных операторов $A(t) : H \supset D(A(t)) \to H$ с зависящими от t областями определения $D(A(t))$ и формулу этой производной из [1], доказано существование и единственность слабых решений задачи Коши:

$$u_{tt}(t)+A(t)u(t)=f(t), \quad t\in]0,T[, \quad u(0)=u_0, \quad u_t(0)=u_1. \tag{1}$$

Определение слабых решений $u\in\mathcal{H}=L_2(]0,T[,H)$ задачи Коши (1) приведено в [2].

С помощью проекционной теоремы Ж.-Л. Лионса установлена теорема 1 существования.