Теорема 2. *Общее решение уравнения* (2) *имеет вид*

$$f = V_1 + V_2 \exp(-t), \tag{3}$$

где $V_1 = V_1[p,q,D]$, $V_2 = V_2[p,q,D]$ — *произвольные функции, F-моногенные по функциям* p *и* q *в области* D $(p = x + 2y\lambda + z\lambda^2,\ q = y\lambda + z\lambda^2,\ t = z\lambda^2)$.

Изучив структуру произвольной функции $V_1 = V_1[p,q,D]$, F-моногенной по функциям $p = x + 2y\lambda + z\lambda^2$ и $q = y\lambda + z\lambda^2$ в области D, и выделив компоненты при базисных единицах $1, \lambda, \lambda^2$ общего решения (3) дифференциального уравнения в формальных производных (2), было найдено общее решение u, v, w системы дифференциальных уравнений в частных производных (1).

Литература

1. Федоров В. С. *Основные свойства обобщенных моногенных функций* // Изв. вузов. Математика. 1958. № 6. С. 257–265.

2. Стельмашук Н. Т., Шилинец В. А. *О преобразовании к каноническому виду системы линейных уравнений в частных производных с помощью двойных дифференциальных операторов* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2008. № 2. С. 61–65.

ДИСКРЕТНЫЕ АНАЛОГИ ТЕОРЕМ СРАВНЕНИЯ

Д.А. Щадинский

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
denisfpmi@gmail.com

В работе доказываются разностные аналоги теорем сравнения для решения задачи Коши для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Эти теоремы используются при анализе возникновения неустойчивых решений в задачах Неймана для уравнения теплопроводности и их аппроксимациях [1].

Предположим, что существует классическое решение $u(t) \in C^1(0,T] \cap C[0,T]$ задачи

$$\frac{du}{dt} = f(t,u), \quad 0 < t \leqslant T, \quad u(0) = u_0.$$

В дальнейшем ограничимся случаем, когда функция $f(t,v)$, удовлетворяет неравенствам

$$f_2(t)g_2(v) \leqslant f(t,v) \leqslant f_1(t)g_1(v),$$

где $f_k(t), g_k(v)$, $k = 1,2$ — непрерывные положительные и монотонно возрастающие функции при всех $t \in [0,T]$, $v \in D_\varepsilon(u)$. В соответствии с [2], решение $u(t)$ в этом случае является нижним и верхним решением следующих дифференциальных задач:

$$\frac{dv_1}{dt} = f_1(t)g_1(v_1), \quad \frac{dv_2}{dt} = f_2(t)g_2(v_2), \quad v_k(0) = u_0, \quad k = 1,2, \tag{1}$$

т. е. $v_1(t) \leqslant u(t) \leqslant v_2(t)$.

На отрезке $[0,T]$ введем неравномерную сетку $\bar\omega_\tau = \omega_\tau \cup \{0\}$, $\omega_\tau = \{t_{n+1} = t_n + \tau_n$, $\tau_n > 0$, $n = 0,1,\ldots,N_0 - 1$, $t_0 = 0$, $t_{N_0} = T\}$, на которой рассмотрим следующие разностные схемы:

$$\frac{v_k^{n+1} - v_k^n}{\tau_n} = \varphi_k(t_{n+1})q_k(v_k^{n+1}), \quad v_k^0 = u_0, \quad k = 1,2,$$

$$\frac{\alpha_\tau^{n+1}-\alpha_\tau^n}{\tau_n} \leqslant f_1(t_n)g_1(\alpha_\tau^n), \quad \alpha_\tau^0 = u_0, \quad \frac{\beta_\tau^{n+1}-\beta_\tau^n}{\tau_n} \geqslant f_2(t_{n+1})g_2(\beta_\tau^{n+1}), \quad \beta_\tau^0 = u_0, \quad (2)$$

где шаблонные функционалы

$$\varphi_k(t_{n+1}) = \frac{1}{\tau_n}\int\limits_{t_n}^{t_{n+1}} f_k(t)dt, \quad q_k(v_k^{n+1}) = \left[\frac{1}{v_k^{n+1}-v_k^n}\int\limits_{v_k^n}^{v_k^{n+1}} \frac{dv}{g_k(v)}\right]^{-1}.$$

Теорема. *Пусть существуют классические решения задач Коши* (1) *при* $k=1,2$ *и выполнены неравенства* (2) *с* $\alpha_\tau^n, \beta_\tau^n \in D_\varepsilon(u)$, $n=0,1,\ldots,N_0$. *Тогда*

$$\alpha_\tau^m \leqslant v_1^m \leqslant u(t_n), \quad \beta_\tau^m \geqslant v_2^m \geqslant u(t_n), \quad m=0,1,\ldots,N_0.$$

Литература

1. Матус П. П., Парадинска А., Щадинский Д. А. *Дискретные аналоги теорем сравнения и их применение* // Докл. НАН Беларуси. 2013. Т. 57, № 4.
2. Hartman P. *Ordinary differential equations* // Classics in Applied Mathematics. 1964. Vol. 38.

НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Ш.Ш. Юсубов

Бакинский Государственный Университет, Баку, Азербайджан
ramin84@rambler.ru

В области $G=\{(t,x): t_0<t<t_1,\ x_0<x<x_1\}$ рассмотрим гиперболическое уравнение высокого порядка общего вида с доминирующей смешанной производной

$$(l_{nm}u)(t,x) \equiv D_t^n D_x^m u + \sum_{\substack{i+j<n+m \\ i=\overline{0,n};\ j=\overline{0,m}}} a_{ij}(t,x)D_t^i D_x^j u = \varphi_{nm}(t,x). \quad (1)$$

Рассмотрим уравнение (1) с условиями

$$(l_{00}u)(x) \equiv \int\limits_{t_0}^{t_1} u(t,x)dt = \varphi_{00}(x), \quad x\in(x_0,x_1),$$

$$(l_{i0}u)(x) \equiv D_t^{i-1}u(t_1,x) - D_t^{i-1}u(t_0,x) = \varphi_{i0}(x), \quad x\in(x_0,x_1), \quad i=\overline{1,n-1} \quad (2)$$

и

$$(l_{n0}u)(t) \equiv \int\limits_{x_0}^{x_1} D_t^n u(t,x)dx = \varphi_{n0}(t), \quad t\in(t_0,t_1),$$

$$(l_{nj}u)(t) \equiv D_t^n D_x^{j-1}u(t,x_1) - D_t^n D_x^{j-1}u(t,x_0) = \varphi_{nj}(t), \quad t\in(t_0,t_1), \quad j=\overline{1,m-1}. \quad (3)$$

Здесь $u(t,x)$ — искомая функция, $D_s^k = \partial^k/\partial s^k$ — оператор обобщенного дифференцирования в смысле С.Л. Соболева, n,m — натуральные числа, $a_{ij}(t,x)$, $i=\overline{0,n}$,