ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И УРАВНЕНИЯ

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ АССОЦИИРОВАННЫХ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ЧЕРЕЗ ФУНКЦИИ КОШИ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ МАТРИЦЫ

Т.С. Автушко

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
AutushkaTS@tut.by

Исследуется задача Коши для линейного дифференциального уравнения n-го порядка

$$y^{(n)}(t) + a'_{n-1}(t)y^{(n-1)}(t) + \ldots + a'_1(t)y'(t) + a'_0(t)y(t) + f'(t) = 0,$$

$$y(0) = c_0, \quad y'(0) = c_1, \quad y''(0) = c_2, \quad \ldots, \quad y^{(n-1)}(0) = c_{n-1}, \tag{1}$$

где $t \in \mathbf{T} = [0, b]$, $b, c_i \in \mathbb{R}$, $a_i : \mathbf{T} \to \mathbb{R}$, $i = \overline{0, n-1}$ — непрерывные справа функции ограниченной вариации, $a_i^{'}$, $i = \overline{0, n-1}$ — их обобщенные производные.

Данная задача является некорректной, поскольку может содержать произведение обобщенных функций. Поставленная задача исследуется в алгебре мнемофункций. При такой трактовке задача (1) становится корректной и под ее решениями понимаются решения следующих систем:

$$X^k(t) = X^k(0) + \int_0^t dL^c(s)X^k(s) + \sum_{\mu_l \leqslant t} \Delta L^k(\mu_l)X^k(\mu_l -) + F(t) - F(0), \quad t \in \mathbf{T}, \quad k = \overline{1, 2^n}, \tag{2}$$

где μ_l, $l \in \mathbb{N}$, — точки разрыва матрицы L,

$$X(t) = (X_1(t), \ldots, X_n(t))^T, \quad F(t) = (0, \ldots, 0, -f(t))^T, \quad L^c(t) = [L^c_{ij}(t)]^n_{i,j=1},$$

$$L^c_{ij}(t) = \begin{cases} 0, & i \neq j-1, \\ t, & i = j-1, \end{cases} \quad i = \overline{1, n-1}, \quad j = \overline{2, n},$$

$L^c_{nj}(t) = -a^c_{j-1}(t)$, $j = \overline{1, n}$, $\Delta L^k(t) = [\Delta L^k_{ij}(t)]^n_{i,j=1}$, $\Delta L^k_{ij} = 0$, $i = \overline{1, n-1}$, $j = \overline{1, n}$, а элементы ΔL^k_{nj}, $j = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, 2^n}$, $i = \overline{1, n}$, имеют вид:

$$\Delta L^k_{nj}(t) = -\Delta a_{j-1}(t), \quad \text{или} \quad \Delta L^k_{nj}(t) = -\Delta a_{j-1}(t)(1 - \Delta a_{n-1}(t)),$$

$$\text{или} \quad \Delta L^k_{nj}(t) = \frac{\Delta a_{j-1}(t)}{\Delta a_{n-1}(t)}(e^{-\Delta a_{n-1}(t)} - 1), \quad \text{или} \quad \Delta L^k_{nj}(t) = e^{-\Delta a_{n-1}(t)} - 1.$$

Для любого фиксированного k решение этой системы существует и единственно (см. [1]).

В докладе предполагается обсудить представление ассоциируемых решений задачи (1) и систем через введенные ассоциированные фундаментальные матрицы, функции Коши. Данная работа является продолжением исследований, проведенных в [2].

Литература

1. Миллер Б. М., Рубинович Е. Я. *Оптимизация динамических систем с импульсными управлениями.* М.: Наука, 2005. С. 392–396.

2. Автушко Т. С., Лазакович Н. В. *Представление ассоциированных решений линейных дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами через функции Коши* // Докл. НАН Беларуси. 2013. Т. 57, № 4. С. 32–38.

РАЗЛОЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ НА ГРУППАХ p-АДИЧЕСКИХ УНИТАРНЫХ КВАТЕРНИОНОВ

М.В. Алексеев, Е.М. Радыно

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
aliakseyeu.maxim@gmail.com, yauhen.radyna@gmail.com

Рассмотрим в поле p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$ такой элемент ε, что $|-\varepsilon|_p = 1$ и $-\varepsilon \neq y^2$, $\forall y \in \mathbb{Q}_p$. Определим алгебру $\mathbb{H}_p$ над полем $\mathbb{Q}_p$ с помощью соотношений

$$\mathbb{H}_p = \langle 1, i, j, k \mid i^2 = -\varepsilon, \quad j^2 = -p, \quad ij = k \rangle.$$

Данная алгебра состоит из элементов вида $x = \alpha_1 + \alpha_2 i + \alpha_3 j + \alpha_4 k$, $\alpha_s \in \mathbb{Q}_p$, и не содержит делителей нуля, т. е. является телом.

Рассмотрим группу унитарных p-адических кватернионов

$$\mathbb{H}_{p,1}^{\times} = \{x \in \mathbb{H}_p^{\times} : N(x) = \alpha_1^2 + \varepsilon\alpha_2^2 + p\alpha_3^2 + \varepsilon p\alpha_4^2 = 1\}.$$

Это компактная группа, действительный аналог которой тесно связан с вращениями трехмерного пространства и имеет многочисленные применения в математической физике.

В докладе будет описана структура группы $\mathbb{H}_{p,1}^{\times}$. В частности, она является p-адическим многообразием и может быть покрыта классами смежности по любой открытой подгруппе.

Используя сведения о структуре группы, мы приведем конкретные базисы в пространстве квадратично интегрируемых функций на ней. Знание конкретных базисов необходимо для развития конструктивной теории функций и для исследования псевдодифференциальных операторов на группе.

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО КЛАССА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ

А.Б. Антоневич [1,2], Е.В. Пантелеева [1]

[1] Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
antonevich@bsu.by

[2] Университет в Белостоке, Белосток, Польша

При исследовании уравнений в первую очередь исследуются условия существования и единственности решения. Наряду с этим представляют интерес вопрос о существовании решения для любой правой части в случае, когда нет единственности решения. В работе рассматриваются функциональные уравнения вида

$$u(x) - A(x)u(\alpha(x)) = f(x) \tag{1}$$