Литература

1. Миллер Б. М., Рубинович Е. Я. *Оптимизация динамических систем с импульсными управлениями.* М.: Наука, 2005. С. 392–396.

2. Автушко Т. С., Лазакович Н. В. *Представление ассоциированных решений линейных дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами через функции Коши* // Докл. НАН Беларуси. 2013. Т. 57, № 4. С. 32–38.

РАЗЛОЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ НА ГРУППАХ p-АДИЧЕСКИХ УНИТАРНЫХ КВАТЕРНИОНОВ

М.В. Алексеев, Е.М. Радыно

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
aliakseyeu.maxim@gmail.com, yauhen.radyna@gmail.com

Рассмотрим в поле p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$ такой элемент ε, что $|-\varepsilon|_p = 1$ и $-\varepsilon \neq y^2$, $\forall y \in \mathbb{Q}_p$. Определим алгебру $\mathbb{H}_p$ над полем $\mathbb{Q}_p$ с помощью соотношений

$$\mathbb{H}_p = \langle 1, i, j, k \mid i^2 = -\varepsilon, \quad j^2 = -p, \quad ij = k \rangle.$$

Данная алгебра состоит из элементов вида $x = \alpha_1 + \alpha_2 i + \alpha_3 j + \alpha_4 k$, $\alpha_s \in \mathbb{Q}_p$, и не содержит делителей нуля, т. е. является телом.

Рассмотрим группу унитарных p-адических кватернионов

$$\mathbb{H}_{p,1}^{\times} = \{x \in \mathbb{H}_p^{\times} : N(x) = \alpha_1^2 + \varepsilon\alpha_2^2 + p\alpha_3^2 + \varepsilon p \alpha_4^2 = 1\}.$$

Это компактная группа, действительный аналог которой тесно связан с вращениями трехмерного пространства и имеет многочисленные применения в математической физике.

В докладе будет описана структура группы $\mathbb{H}_{p,1}^{\times}$. В частности, она является p-адическим многообразием и может быть покрыта классами смежности по любой открытой подгруппе.

Используя сведения о структуре группы, мы приведем конкретные базисы в пространстве квадратично интегрируемых функций на ней. Знание конкретных базисов необходимо для развития конструктивной теории функций и для исследования псевдодифференциальных операторов на группе.

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО КЛАССА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ

А.Б. Антоневич [1,2], Е.В. Пантелеева [1]

[1] Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
antonevich@bsu.by

[2] Университет в Белостоке, Белосток, Польша

При исследовании уравнений в первую очередь исследуются условия существования и единственности решения. Наряду с этим представляют интерес вопрос о существовании решения для любой правой части в случае, когда нет единственности решения. В работе рассматриваются функциональные уравнения вида

$$u(x) - A(x)u(\alpha(x)) = f(x) \tag{1}$$

в пространствах вектор-функций $L_2(X, \mathbb{C}^m, \mu)$. Здесь $\alpha : X \to X$ — заданное отображение, A — заданная матрично-значная функция. В работе получены условия существования решения уравнения (1) для любой правой части и получена формула, дающая одно из решений. В операторных терминах это означает, что построен правый обратный к оператору $I - B$, где $Bu(x) = A(x)u(\alpha(x))$ — оператор взвешенного сдвига.

При выполнении ряда условий на отображение α и коэффициент A (мы не приводим здесь эти условия ввиду ограниченности объема) доказано следующее утверждение.

Теорема. *Для уравнения* (1) *следующие свойства эквивалентны:*

i) для любой функции $f \in L_2(X, \mu)$ *существует решение* $u \in L_2(X, \mu)$*;*

ii) существует ограниченная измеримая проекторно-значная матрица-функция $p(x)$, *такая, что ряд*

$$-\sum_{k=0}^{+\infty} B^k P f + \sum_{k=-1}^{-\infty} B^k (I - P) f, \tag{2}$$

где P *— оператор умножения на* $p(x)$, *сходится для всех* $f \in L_2(X, \mathbb{C}^m, \mu)$.

Сумма ряда (2) *есть одно из решений уравнения* (1).

Уравнения вида (1) являются аналогами линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{du(t)}{dt} + Au(t) = f(t) \tag{3}$$

в банаховых пространствах (здесь u есть функция со значениями в банаховом пространстве E, A — линейный оператор в этом пространстве). Для таких уравнений задача о разрешимости ставится следующим образом. Пусть задана пара пространств U и F, состоящих из функций на $\mathbb{R}$ со значениями в E. Требуется найти условия на оператор A, при выполнении которых для любой функции $f \in F$ существует решение u уравнения (3), принадлежащее пространству U. Эта задача детально исследована (см. [1, 2]), однако для дифференциальных уравнений формулы, задающие такие решения для любого f, не получены.

Литература

1. Массера Х., Шеффер Х. *Линейные дифференциальные уравнения и функциональные пространства.* М.: Мир, 1970.

2. Баскаков А. Г. *Исследование линейных дифференциальных уравнений методами спектральной теории разностных операторов и линейных отношений* УМН. 2013. Т. 68, №1. С. 77–128.

АСИМПТОТИКА ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЭРМИТА

А.В. Астафьева, А.П. Старовойтов

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь

{astafeva,svoitov}@gsu.by

Диагональными аппроксимациями Эрмита — Паде I типа (Latin type) и $(n - 1)$-го порядка для набора экспонент $\{e^{\lambda_p z}\}_{p=0}^{k}$ называются $k+1$ многочленов $A_n^0(z), A_n^1(z), \ldots, A_n^k(z)$ степени не выше $n-1$, для которых

$$R_n(z) = \sum\nolimits_{p=0}^{k} A_n^p(z)\, e^{\lambda_p z} = O(z^{kn+n-1}), \quad z \to 0. \tag{1}$$