Используя теорему Коши о вычетах, легко показать, что функции, заданные интегралами

$$A_n^p(z) = \frac{e^{-\lambda_p z}}{2\pi i} \int\limits_{C_p} \frac{e^{\xi z} d\xi}{[\varphi(\xi)]^n}, \qquad (2)$$

где λ_j — произвольные различные действительные числа, $j = 0, 1, \ldots, k$, C_p — круг с центром в точке λ_p столь малого радиуса, что все остальные λ_j лежат во внешности этого круга, а $\varphi(\xi) = (\xi - \lambda_0)(\xi - \lambda_1) \ldots (\xi - \lambda_k)$, удовлетворяют (1) и всем другим свойствам. Интегралы (2) называются интегралами Эрмита Latin type, которые Ш. Эрмит ввел в 1883 г.

В работах К. Малера, П. Борвейна, В. Вилонского и др. авторов был обнаружен ряд замечательных свойств таких многочленов. В частности, с их помощью можно дать новое обоснование трансцендентности числа e.

Далее $k = 3$ и $\lambda_0 = 0$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2 + \varepsilon$, $\lambda_3 = 3 + \varepsilon$, где ε — действительное число по модулю меньшее 1. В этом случае нами найдена асимптотика интегралов (2).

Теорема. *При $n \to \infty$ локально равномерно по z*

$$A_n^0(z) = \frac{(-1)^n}{2\gamma\sqrt{\pi n}} \left(\frac{2}{2+\varepsilon}\right)^{2n-1} e^{(3+\varepsilon-\gamma)z/2}(1 + O(1/n)),$$

$$A_n^3(z) = \frac{(-1)^{n+1}}{2\gamma\sqrt{\pi n}} \left(\frac{2}{2+\varepsilon}\right)^{2n-1} e^{(3+\varepsilon+\gamma)z/2}(1 + O(1/n)),$$

$$A_n^1(z) = \frac{1}{\gamma\sqrt{2\pi n}} \left(\frac{4}{(1+\varepsilon)(3+\varepsilon)}\right)^{2n-1} e^{(1+\varepsilon)z/2}(1 + O(1/n)) -$$

$$- \frac{(-1)^n}{2\gamma\sqrt{\pi n}} \left(\frac{2}{2+\varepsilon}\right)^{2n-1} e^{(1+\varepsilon-\gamma)z/2}(1 + O(1/n)),$$

$$A_n^2(z) = \frac{(-1)^n}{2\gamma\sqrt{\pi n}} \left(\frac{2}{2+\varepsilon}\right)^{2n-1} e^{(-1-\varepsilon-\gamma)z/2}(1 + O(1/n)) -$$

$$- \frac{1}{\gamma\sqrt{2\pi n}} \left(\frac{4}{(1+\varepsilon)(3+\varepsilon)}\right)^{2n-1} e^{-(1+\varepsilon)z/2}(1 + O(1/n)),$$

где $\gamma = \sqrt{5 + 4\varepsilon + \varepsilon^2}$.

Литература

1. Hermite C. *Sur la généralisation des fractions continues algébriques* // Ann. Math. Pura. Appl. Ser. 2A. 1883. Vol. 21. P. 289–308.

СОПРЯЖЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО АЛГЕБРЫ ФУНКЦИЙ С РАЗРЫВАМИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА

А.Н. Глаз

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
anna-glaz@yandex.ru

Пусть A — подалгебра алгебры ограниченных комплекснозначных функций на $[0, 1]$, содержащая:

1) функции, обладающие конечными односторонними пределами в каждой точке;

2) функции $e^{\pm i/(t-\alpha)}$, $\alpha \in [0,1]$, с разрывами экспоненциального типа.

Основным результатом является сопряженного пространства к алгебре A. Случай алгебры, содержащей только функции вида 1), был рассмотрен в [2].

В докладе будет показано, что максимальными идеалами алгебры A являются множества вида

$$M_{\{\tau-,\lambda\}} := \{x \in A : x(\tau - 0, \lambda) = 0\}, \quad M_{\{\tau+,\lambda\}} := \{x \in A : x(\tau + 0, \lambda) = 0\},$$

$$M_\tau := \{x \in A : x(\tau) = 0\},$$

где $x(\tau \pm 0, \lambda) := \lim_{k\to\pm\infty} x(1/(2\pi k + \lambda) + \tau)$, $\tau \in (0,1]$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Набор множеств

$$D^-_{\tau_0;\lambda_1,\lambda_2} = \{M_{\{\tau_0-,\lambda\}} : \lambda \in [\lambda_1,\lambda_2)\}, \quad D^+_{\tau_0;\lambda_1,\lambda_2} = \{M_{\{\tau_0+,\lambda\}} : \lambda \in [\lambda_1,\lambda_2)\},$$

$$D^*_{\tau_1,\tau_2} = \{M_\tau, M_{\{\tau+,\lambda\}}, M_{\{\tau-,\lambda\}} : \lambda \in [0,1), \quad \tau \in [\tau_1,\tau_2)\}$$

является кольцом на множестве максимальных идеалов $Sp(A)$ алгебры A и порождает борелевскую σ-алгебру.

Сопряженное пространство к A изоморфно подпространству $\mathbf{G}$ функций ограниченной вариации на $[0,1) \times [0,1)$:

$$\mathbf{G} := \left\{ g : g(t,s) = g_0(t) + \sum_{i\in\mathbb{N}} g_i^-(t) \cdot H_{t_i-}(s) + \sum_{i\in\mathbb{N}} g_i^+(t) \cdot H_{t_i+}(s), \quad g_i \in BV[0,1) \right\},$$

где $H_{t-}(s) = \begin{cases} 0, & s < t, \\ 1, & s \geqslant t; \end{cases}$ $H_{t+}(s) = \begin{cases} 0, & s \leqslant t, \\ 1, & s > t. \end{cases}$

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф13М–036).

Литература

1. Антоневич А. Б. *Линейные функциональные уравнения: операторный подход.* Мн.: Университетское, 1988.

2. Глаз А. Н. *Общий вид линейного непрерывного функционала на пространстве кусочно-непрерывных функций.* // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2012. № 2. С. 29–34.

МНОГОМЕРНЫЕ НЕАВТОНОМНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ

А.И. Жук

Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь

aizhuk85@mail.ru

Рассмотрим следующую систему на отрезке $T = [0,a] \subset \mathbb{R}$:

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f^{ij}(t, x(t))\dot{L}^j(t), \quad i = \overline{1,p}, \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$, где f^{ij}, $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$, — некоторые функции, $x(t) = [x^1(t), x^2(t), \ldots, x^p(t)]$, а $L^i(t)$, $i = \overline{1,q}$, — функции ограниченной вариации на отрезке T. Без ограничения общности будем считать, что функции $L^i(t)$, $i = \overline{1,q}$,