непрерывны справа, $L^i(0)=L^i(0-)=0$ и $L^i(a-)=L^i(a)$, $i=\overline{1,q}$. Аналогичное уравнение в одномерном случае было рассмотрено в [1].

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$x_n^i(t+h_n)-x_n^i(t)=\sum_{j=1}^{q}f_n^{ij}(t,x_n(t))[L_n^j(t+h_n)-L_n^j(t)],\quad i=\overline{1,p},\tag{2}$$

с начальным условием $x_n(t)|_{[0,h_n)}=x_{n0}(t)$. Здесь $L_n^j(t)=(L^j*\rho_n^j)(t)=\int_0^{1/\gamma^j(n)}L^j(t+s)\times$ $\times\rho_n^j(s)\,ds$, где $\rho_n^j(t)=\gamma^j(n)\rho^j(\gamma^j(n)t)$ для $j=\overline{1,b}$ $\gamma^j(n)h_n\to\infty$, а для $j=\overline{b+1,q}$ $\gamma^j(n)h_n\to 0$, $\rho^j\geqslant 0$, $\operatorname{supp}\rho^j\subseteq[0,1]$, $\int_0^1\rho^j(s)\,ds=1$, а $f_n=f*\widetilde{\rho}_n$, $\widetilde{\rho}_n(x_0,x_1,\ldots,x_p)=$ $=n^{p+1}\widetilde{\rho}(nx_0,nx_1,\ldots,nx_p)$, $\widetilde{\rho}\in C^\infty(\mathbb{R}^{p+1})$, $\widetilde{\rho}\geqslant 0$, $\int_{[0;1]^{p+1}}\widetilde{\rho}(x_0,x_1,\ldots,x_p)\,dx_0dx_1\ldots$ $\ldots dx_p=1$, $\operatorname{supp}\widetilde{\rho}\subset[0;1]^{p+1}$.

Для описания предельного поведения решения задачи (2) рассмотрим систему

$$x^i(t)=x_0^i+\sum_{j=1}^{q}\int_0^t f^{ij}(s,x(s))\,dL^{jc}(s)+\sum_{\mu_r\leqslant t}S^i(\mu_r,x(\mu_r-),\Delta L(\mu_r)),\quad i=\overline{1,p},\tag{3}$$

где $S^i(\mu,x,u)=\varphi^i(1,\mu,x,u)-\varphi^i(0,\mu,x,u)$, а $\varphi^i(t,\mu,x,u)$ находится из уравнения

$$\varphi^i(t,\mu,x,u)=x^i+\sum_{j=1}^{b}u^j\int_0^t f^{ij}(\mu,\varphi(s-,\mu,x,u))\,dH(s-1)+\sum_{j=b+1}^{q}u^j\int_0^t f^{ij}(\mu,\varphi(s,\mu,x,u))\,ds,$$

$i=\overline{1,p}$, $j=\overline{1,q}$, $\mu\in T$, $x\in R^p$, $u\in R^q$.

Теорема. *Пусть f^{ij} $i=\overline{1,p},j=\overline{1,q}$ удовлетворяют условию Липшица и ограничены. Тогда при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ для $j=\overline{1,b}$ $\gamma^j(n)h_n\to\infty$, и для $j=\overline{b+1,q}$ $\gamma^j(n)h_n\to 0$, решение $x_n(t)$ задачи Коши (2) сходится к решению системы уравнений (3) в $L^p(T)$, если $|x_{n0}(\tau_t)-x_0|\to 0$ в пространстве $L^p(T)$.*

Литература

1. Ковальчук А. Н., Новохрост В. Г., Яблонский О. Л. *Об аппроксимации дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами конечно-разностными уравнениями с осреднением* // Изв. ВУЗов. Математика. 2005. № 3. С. 23–31.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОДНОГО ТИПА

А.С. Кравчук, А.И. Кравчук

Белорусский государственный университет, механико-математический факультет, Минск, Беларусь

ask_belarus@inbox.ru

При решении контактных задач двумерной теории упругости для цилиндра и цилиндрической полости в пластине с середины прошлого столетия широко используются сингулярные интегро-дифференциальные уравнения [1–4]:

$$\frac{t}{\pi}\int_L\frac{\sigma'(\tau)}{\tau-t}\,d\tau=\gamma\cdot\sigma(t)+f(t),$$

где L — дуга окружности радиуса R, являющаяся областью контакта, $\sigma(t)$ — неизвестная вещественная функция комплексной переменной $t \in L$, γ — вещественная константа, $f(t)$ — заданная вещественная функция, определяемая механическими и геометрическими характеристиками взаимодействующих тел. К настоящему времени разработано множество алгоритмов решения данного уравнения. Однако исследование условий существования и единственности решения данного типа уравнений, а также сходимости предложенных методов их решения до сих пор не было выполнено. При поставленных выше условиях на поведение контактного напряжения в углах области интегрирования исходное интегро-дифференциальное уравнение с помощью последовательного применения интегрирования по частям и формул обращения [5] приведено к уравнению Фредгольма второго рода с логарифмическим ядром. Выполнена оценка нормы оператора в пространстве функций, интегрируемых вместе со своим квадратом. Получено условие применимости принципа сжатых отображений в зависимости от нормы ядра интегрального уравнения и абсолютной величины коэффициента, определяемого упругими характеристиками твердых тел, а, следовательно, достаточные условия того, что исходное интегро-дифференциальное уравнение имеет единственное решение [6]. Установлено, что для упругих характеристик наиболее распространенных в машиностроении материалов коэффициент сжатия настолько мал, что при удачном выборе нулевого приближения позволяет ограничиться одной итерацией при построении приближенного аналитического решения методом последовательных приближений.

Литература

1. Шереметьев М. П. *Пластинки с подкрепленным краем.* Львов: Изд-во Львовского ун-та, 1960.

2. Панасюк В. В., Тепый М. И. *Розподіл напружань в циліндричних тілах при їх внутрішньому контакті* // ДАН УРСР. Сер. А. 1971. № 6. С. 549–553.

3. Андрейкив А. Е., Чернец М. В. *Оценка контактного взаимодействия трущихся деталей машин.* Киев: Навукова думка, 1991.

4. Кравчук А. С., Чигарев А. В. *Механика контактного взаимодействия тел с круговыми границами.* Мн.: Технопринт, 2000.

5. Гахов Ф. Д. *Краевые задачи.* М.: Наука, 1977.

6. Антоневич А. Б., Радыно Я. В. *Функциональный анализ и интегральные уравнения.* Мн.: «Университетское», 1984.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СО СТАНДАРТНЫМ И ДРОБНЫМ БРОУНОВСКИМИ ДВИЖЕНИЯМИ

А.А. Леваков, М.М. Васьковский

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

levakov@tut.by, vaskovskii@bsu.by

Пусть заданы вероятностное пространство $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ с потоком σ-алгебр $(\mathcal{F}_t)$, случайная величина $\xi : \Omega \to R^d$, r-мерное стандартное броуновское движение $W(t,\omega)$, m-мерное дробное броуновское движение $B^H(t,\omega)$ с показателем Херста $H \in (1/2, 1)$, функции $f : R_+ \times R^d \times \Omega \to R^d$, $g : R_+ \times R^d \times \Omega \to R^{d\times r}$, $\sigma : R_+ \times R^d \times \Omega \to R^{d\times m}$, такие, что выполняются следующие условия: стандартное броуновское движение $W(t,\omega)$ является $\mathcal{F}_t$-согласованным, дробное броуновское движение $B^H(t,\omega)$ и случайная величина $\xi(\omega)$ являются $\mathcal{F}_0$-измеримыми; процессы $W(t,\omega)$, $B^H(t,\omega)$ и случайная величина $\xi(\omega)$ являются независимыми; при каждом фиксированном $X \in R^d$ процессы $f(t,X,\omega)$, $g(t,X,\omega)$, $\sigma(t,X,\omega)$ являются измеримыми и $\mathcal{F}_t$-согласованными.