где L — дуга окружности радиуса R, являющаяся областью контакта, $\sigma(t)$ — неизвестная вещественная функция комплексной переменной $t \in L$, γ — вещественная константа, $f(t)$ — заданная вещественная функция, определяемая механическими и геометрическими характеристиками взаимодействующих тел. К настоящему времени разработано множество алгоритмов решения данного уравнения. Однако исследование условий существования и единственности решения данного типа уравнений, а также сходимости предложенных методов их решения до сих пор не было выполнено. При поставленных выше условиях на поведение контактного напряжения в углах области интегрирования исходное интегро-дифференциальное уравнение с помощью последовательного применения интегрирования по частям и формул обращения [5] приведено к уравнению Фредгольма второго рода с логарифмическим ядром. Выполнена оценка нормы оператора в пространстве функций, интегрируемых вместе со своим квадратом. Получено условие применимости принципа сжатых отображений в зависимости от нормы ядра интегрального уравнения и абсолютной величины коэффициента, определяемого упругими характеристиками твердых тел, а, следовательно, достаточные условия того, что исходное интегро-дифференциальное уравнение имеет единственное решение [6]. Установлено, что для упругих характеристик наиболее распространенных в машиностроении материалов коэффициент сжатия настолько мал, что при удачном выборе нулевого приближения позволяет ограничиться одной итерацией при построении приближенного аналитического решения методом последовательных приближений.

Литература

1. Шереметьев М. П. *Пластинки с подкрепленным краем.* Львов: Изд-во Львовского ун-та, 1960.

2. Панасюк В. В., Тепый М. И. *Розподіл напружань в циліндричних тілах при іх внутрішньому контакті* // ДАН УРСР. Сер. А. 1971. № 6. С. 549–553.

3. Андрейкив А. Е., Чернец М. В. *Оценка контактного взаимодействия трущихся деталей машин.* Киев: Навукова думка, 1991.

4. Кравчук А. С., Чигарев А. В. *Механика контактного взаимодействия тел с круговыми границами.* Мн.: Технопринт, 2000.

5. Гахов Ф. Д. *Краевые задачи.* М.: Наука, 1977.

6. Антоневич А. Б., Радыно Я. В. *Функциональный анализ и интегральные уравнения.* Мн.: «Университетское», 1984.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СО СТАНДАРТНЫМ И ДРОБНЫМ БРОУНОВСКИМИ ДВИЖЕНИЯМИ

А.А. Леваков, М.М. Васьковский

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

levakov@tut.by, vaskovskii@bsu.by

Пусть заданы вероятностное пространство $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ с потоком σ-алгебр $(\mathcal{F}_t)$, случайная величина $\xi : \Omega \to R^d$, r-мерное стандартное броуновское движение $W(t,\omega)$, m-мерное дробное броуновское движение $B^H(t,\omega)$ с показателем Херста $H \in (1/2, 1)$, функции $f : R_+ \times R^d \times \Omega \to R^d$, $g : R_+ \times R^d \times \Omega \to R^{d\times r}$, $\sigma : R_+ \times R^d \times \Omega \to R^{d\times m}$, такие, что выполняются следующие условия: стандартное броуновское движение $W(t,\omega)$ является $\mathcal{F}_t$-согласованным, дробное броуновское движение $B^H(t,\omega)$ и случайная величина $\xi(\omega)$ являются $\mathcal{F}_0$-измеримыми; процессы $W(t,\omega)$, $B^H(t,\omega)$ и случайная величина $\xi(\omega)$ являются независимыми; при каждом фиксированном $X \in R^d$ процессы $f(t,X,\omega)$, $g(t,X,\omega)$, $\sigma(t,X,\omega)$ являются измеримыми и $\mathcal{F}_t$-согласованными.

Рассмотрим стохастическое дифференциальное уравнение

$$dX(t,\omega) = f(t,X(t,\omega),\omega)dt + g(t,X(t,\omega),\omega)dW(t,\omega) + \sigma(t,X(t,\omega),\omega)dB^H(t,\omega), \quad (1)$$

с начальным условием

$$X(0,\omega) = \xi(\omega). \quad (2)$$

Определение 1. Отображение $h : R_+ \times R^d \times \Omega \to R^{d\times l}$ имеет *линейный порядок роста*, если для любого $T \in R_+$ существует $\mathcal{F}_0$-измеримая случайная величина $M_T(\omega)$ такая, что для почти всех $\omega \in \Omega$ для любых $(t,X) \in [0,T] \times R^d$ выполняется неравенство $|h(t,X,\omega)| \leqslant M_T(\omega)(1+|X|)$.

Определение 2. Пусть $\alpha,\ \beta \in (0,1]$. Отображение $h : R_+ \times R^d \times \Omega \to R^{d\times l}$ удовлетворяет (α,β)-*условию Гельдера*, если для любого $T \in R_+$ существует $\mathcal{F}_0$-измеримая случайная величина $K_T(\omega)$ такая, что для почти всех $\omega \in \Omega$ для любых $t,\ s \in [0,T],\ X,Y \in R^d$ справедливо неравенство $|h(t,X,\omega) - h(s,Y,\omega)| \leqslant K_T(\omega)(|t - s|^\alpha + |X-Y|^\beta)$.

Определение 3. Отображение $h : R_+ \times R^d \times \Omega \to R^{d\times l}$ удовлетворяет *локальному условию Липшица*, если для любых $a,\ T \in R_+$ существует $\mathcal{F}_0$-измеримая случайная величина $L_{a,T}(\omega)$ такая, что для почти всех $\omega \in \Omega$ для любых $t \in [0,T],\ X,\ Y \in R^d$, $|X| \leqslant a,\ |Y| \leqslant a$, выполняется неравенство $|h(t,X,\omega) - h(t,Y,\omega)| \leqslant L_{a,T}(\omega)|X-Y|$.

Определение 4. Будем говорить, что выполняется условие A, если отображения $f,\ g$ удовлетворяют локальному условию Липшица и имеют линейный порядок роста, отображение σ удовлетворяет $(\delta,1)$-условию Гельдера, где $\delta > 1 - H$.

Определение 5. *Решением* уравнения (1) с начальным условием (2) будем называть $\mathcal{F}_t$-согласованный процесс $X(t,\omega),\ t \in R_+,\ \omega \in \Omega$, имеющий почти наверное непрерывные по Гельдеру траектории любого порядка $\alpha \in (1-H, \min\{\delta,1/2\})$, такой, что для каждого $t \in R_+$ почти наверное выполняется равенство $X(t,\omega) = \xi(\omega) + \int_0^t f(s,X(s,\omega),\omega)\,ds + \int_0^t g(s,X(s,\omega),\omega)\,dW(s,\omega) + \int_0^t \sigma(s,X(s,\omega),\omega)\,dB^H(s,\omega)$.

Определение 6. Решение $X(t,\omega)$ уравнения (1) с начальным условием (2) является *единственным*, если для любого решения $Y(t,\omega)$ уравнения (1) с начальным условием (2) выполняется $P(X(t,\omega) = Y(t,\omega)\ \forall t \in R_+) = 1$.

Теорема. *Если выполняется условие A, то уравнение (1) с начальным условием (2) имеет единственное решение.*

ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА С ВЫРОЖДЕНИЕМ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

С.С. Орлов

Иркутский государственный университет, Иркутск, Россия
orlov_sergey@inbox.ru

Представляемая работа посвящена исследованию вопросов существования и единственности обобщенного и классического решений интегрального уравнения

$$Bu(t) - \int_0^t g(t-s)Au(s)ds = f(t),$$